

11 класс:

Задача 1: Торговля неопределенностью (12 баллов)

Как известно, достоверно спрогнозировать будущую цену практически любого финансового контракта невозможно. Однако существует множество моделей призванных дать хоть какую то информацию. Давайте рассмотрим упрощенную модель ценообразования опциона:

а) (5 баллов) Сейчас акция компании Horns&Hooves стоит 40 долларов, через неделю акция равновероятно будет стоить 30 долларов и 60. Также на рынке торгуется опцион call* со страйком** 50 и экспирацией*** ровно через неделю (цена акции уже примет новое значение)

Если предположить что все инвесторы оценивают вероятность изменения цен одинаково и это единственное что влияет на стоимость опциона, то чему она равна? *Предполагайте что транзакционные издержки равны 0*

б) (2 балла) Что произойдет если цена отклонится от значения, которое вы рассчитали в пункте “а”? *Помните что инвесторы уверены (и они правы) что стоимость акций будет меняться именно с такой вероятностью, а также о том что транзакционные издержки отсутствуют*

в) (5 баллов) В пункте “а” мы рассмотрели очень простую модель расчета стоимости опциона. Какие по вашему мнению факторы влияют на его стоимость в реальной жизни? *Укажите как изменение каждого из названных вами факторов влияет на цену*

*Опцион колл - финансовый инструмент дающий право купить актив в будущем по определённой цене. Важно что опцион дает право, а не обязанность - если инвестор посчитает нужным, он может не воспользоваться опционом

** Страйк опциона - это цена по которой инвестор имеет право купить (для call опциона) или продать (для put опциона) актив

**** Дата экспирации - это дата когда инвестор может использовать свое право на покупку / продажу актива. После этой даты опцион перестает быть действительным*

Ответ и критерии оценивания

а) В данном случае можно оценить стоимость актива используя исключительно математическое ожидание, у нас всего два варианта:

1. Акция стоит 30 долларов. В таком случае опцион не принесет нам ничего - мы можем купить акцию дороже чем она стоит на рынке. Мы просто не будем пользоваться своим правом. В таком случае наша прибыль от владения опционом равна 0 *(2 балла за верный расчет и объяснение логики данного сценария, 1 балл за верный расчет без объяснения логики)*
2. Акция стоит 60 долларов. В таком случае мы можем при помощи опциона купить акцию дешевле чем она торгуется на рынке и продать ее на рынке дороже - получить мгновенную и гарантированную прибыль. Наша прибыль будет равна превышению рыночной цены над страйком опциона = $60 - 40 = 20$. *(2 балла за верный расчет и объяснение логики данного сценария, 1 балл за верный расчет без объяснения логики)*

Следовательно, наше математическое ожидание выигрыша от владения опционом равно:

$E = 20 * 0,5 + 0 * 0,5 = 10$ *(1 балл за верный расчет математического ожидания и ответ)*

В таком случае опцион будет стоить 10 долларов

б) Поскольку цена опциона равная 10 долларов является справедливой, любое отклонение от этой цены приведет к возможности получения положительного мат ожидания, а это в свою очередь заставит цену вернуться к справедливому значению. *(этой идеи достаточно для получения полных 2 баллов за данный пункт, если участник просто ответит "произойдет арбитраж" / "цена вернется к справедливому значению" - это оценивается в 1 балл)*

Давайте рассмотрим примеры:

1. Пусть опцион стоит 9 долларов, тогда инвестор может купить опцион и получить ожидаемую прибыль в размере:
 $E = 20 * 0,5 - 9 = 1$, где первое слагаемое это выигрыш при росте умноженный на вероятность роста, а второе это стоимость опциона
2. Пусть опцион стоит 11 долларов, тогда инвестор может продать опцион и получить ожидаемую прибыль в размере:
 $E = -20 * 0,5 + 11 = 1$, где первое слагаемое это убыток при росте акции (инвестор должен будет продать акцию дешевле чем она будет стоить на рынке), а второе это стоимость опциона

Таким образом при отклонении в меньшую сторону инвесторы будут покупать опционы, а при превышении справедливого значения продавать - таким образом цена будет возвращаться к справедливому уровню

в) Влияющие факторы:

- Текущая стоимость базового актива. Чем выше стоимость тем выше стоимость опциона call и ниже put, и чем ниже тем выше стоимость опциона put и ниже опциона call
- Волатильность. Чем выше волатильность тем выше стоимость опционов любого вида. *Чем выше волатильность тем выше шанс того что опцион достиг нужной цены (при это не страшно если он окажется не просто ниже нужной цены, а **намного ниже** - убытки в этом случае не увеличатся, они ограничены премией уплаченной за опцион)*
Бонус: Волатильность делится на историческую (измеряется чисто статистически) и прогнозируемую (ту которую участники / участник ожидает в будущем). Прогнозируемая куда сильнее влияет на цену
- Время до экспирации. Чем больше времени до экспирации, тем стоимость опционов любого вида. *Логика аналогична волатильности - чем больше времени тем выше шанс на нужное изменение цен*
- Ставки процента в экономике. Чем выше ставки тем дешевле опционы любого вида. *Это связано с тем что будущую прибыль нужно дисконтировать на большую ставку*

(Каждый фактор с объяснением оценивается в 2 балла, без объяснения - 1 балл. Но не более 5 баллов за задачу)

**Пробный тур Всероссийской олимпиады школьников по экономике
2022-2023 учебный год
11 класс**

Задача 2.

Считайте все величины бесконечно делимыми, если не сказано иного. А также, что всегда можно произвести линейную комбинацию товаров.

В стране *Yek* на рынке двух товаров, названия которых никому нельзя называть, есть три фактора производства: труд, капитал и самая важная основа для производства (назовём её *основным ресурсом*), без которой товары не получится произвести. Эти товары, под кодовыми названиями *S* и *G*, производятся только в двух регионах, и в каждом из них есть 200 единиц *основного ресурса*, который, кстати говоря, нельзя перемещать в другой регион в сыром виде. Если мы хотим произвести сколько-то единиц товара *S*, нам нужно всегда в два раза больше *основного ресурса* (в любом регионе). Но единица товара *G* в регионах требует разного количества *основного ресурса*. Так, в первом регионе нужно четыре единицы, а во втором – пять.

- a) Изобразите на графике все возможные комбинации товаров *S* и *G*, которые можно получить из основного ресурса в обоих регионах суммарно. Также выведите (2 балла)
- b) Как вы думаете, почему производство товара *G* в данном случае может требовать разного количества *основного ресурса*? (1 балл)

Для производства вышеназванных товаров кроме основного ресурса нужен еще труд или капитал. Страна *Yek* может выбрать использовать 240 единиц любого из этих факторов, но не может использовать и то, и то. Труд и капитал абсолютно мобильны. Для производства *S* нужно в два раза больше труда, чем капитала, и из любого действительного числа x (единиц) труда можно произвести x единиц *G*. Если мы хотим использовать капитал вместо труда, то из каждой единицы капитала может быть произведена единица товара *S*, а единица товара *G* требует в полтора раза больше капитала, чем единица товара *S* требует труда.

- c) Изобразите совместную КПВ двух регионов теперь. Подпишите все ключевые точки. Поясните своё решение. (3 балла)

Также известно, что эти товары используются исключительно вместе в пропорции $S:G = 3:1$. К тому же, известно, что всегда есть 6 единиц товара *S*, которые другие страны отдают в потребление стране *Yek* на безвозмездной основе.

- d) Найдите количество товаров *S* и *G*, которое суммарно будет произведено в стране *Yek*. (3 балла)

Теперь, предположим, что предпочтительная комбинация использования товаров *S* и *G* изменилась. И теперь $S:G = a:1$. Также известно, что при таких предпочтениях выгодно использовать строго капитал, а ограничение, наложенное *основным ресурсом*, не влияет на оптимальный выбор.

- e) Найдите все возможные значения a . (3 балла)



Решение.

а) Основной ресурс:

 1 регион: $S = 100 - 2G$

 2 регион: $S = 100 - 2.5G$

 Совместная КПВ: $S = \{200 - 2G, \quad G \in [0,50] \quad 225 - 2.5G, \quad G \in [50,90]$

При незначительной ошибке в решении, даже если это привело к правильному ответу: - 1 балл

При грубой ошибке: - 2 балла

 б) Балл за любое разумное предположение о дифференцируемых *основных ресурсах* в регионах или о другом различии в регионах. Если из ответа следует, что технологию (или другую причину) можно перенять и изменить ограничения при необходимости: - 1 балл

в) Также нам нужно использовать один из ресурсов:

 Капитал: $S = 240 - 3G$

 Труд: $S = 120 - 0.5G$

 Ключевые точки в КПВ **(G,S)**: (0,200), (40,120), (48,96), (52.5,93.75), (90,0)

Все точки соединены прямыми.

За верные мысли о том, что ограничения на капитал и труд должны быть объединены: +1 балл

За правильный вид КПВ: + 1 балл

За все точки, отмеченные правильно: +1 балл

Если где-то нет пояснений, и непонятно, откуда взято: -1 балл за каждую такую часть

 д) $y = 3x - 6$ – уравнение для пропорции потребления, учитывая дополнительные 6 единиц S.

 Пересечение с КПВ на участке капитала $S = 240 - 3G$

Точка пересечения: (41,117)

За правильное уравнение: +1 балл

За нахождение правильного участка КПВ (где пересечение): +1 балл

За правильное выведение того, сколько будет произведено: +1 балл

Если в ответе участник учитывает 6 дополнительных единиц: -1 балл

е) Из условия следует, что пересечение должно остаться на этом же участке с капиталом. То есть x должны оставаться в промежутке от 40 (включительно) до 48 (не включительно).

 Тогда, $\frac{240-3 \cdot 40+6}{40}$ и $\frac{240-3 \cdot 48+6}{48}$ – это крайние точки предпочтений.

 $a \in (\frac{51}{24}, 3.15]$

За описку, не приводящую к последующим ошибочным вычислениям: - 0 б

За неверную скобку: - 1 балл

За первые две вычислительные ошибки: -1 балл (один раз)

Если ошибок в вычислении больше: еще – 1 балл



Задача 4

Еще одна задача про Яндекс (12 баллов)

ЯндексДрайв (каршеринг) имеет штат техников, которые отвозят автомобили из пункта А куда то еще, чтобы автомобили не простаивали. Однако на майские праздники 2019 года, Яндекс решил использовать специальный тариф «Домой», который позволял пользователям бесплатно доехать из московских аэропортов в любую точку города бесплатно. По итогу праздников, оказалось, что перегонка машин с помощью пользователей в пиковые дни более эффективна, чем с помощью техников.

- (а) (2 балл) Почему машин каршеринга в аэропорту много?
- (б) (2 балл) А может быть все-таки каршеринга в аэропорту недостаточно, если так, то почему?
- (в) (4 балла) Предложите как сравнить эффективность тарифа «Домой» со штатом перегонщиков?
- (г) (4 балла) Предположите почему тариф «Домой» оказался эффективнее?

Решение:

кол-во машин в аэропорту = кол-во приехавших (x) - кол-во уехавших (y)

в пунктах а) и б) нужно говорить про оба слагаемых

все ответы в духе: X - велико т.к. ... оцениваются в 0 баллов, так как из этого ничего не следует про знак дельты

а) из хороших аргументов есть:

1. прилетевшие люди - устали, поэтому не поедут на карше
2. встречают чаще (предположение) чем провожают. Когда встречают, едут на карше из города и в город (т.е. тут ноль), а улетающие не едут назад

б) риск попасть в аварию по пути и пропустить рейс, которого нет при дороге назад

В оба пункта - сезонность, сезон отпусков или праздники, они имеют начало и конец. В начале лета больше людей улетаает, в конце - прилетает.

в) ВАЖНО издержки на тариф = (число людей, которые поехали бы на каршеринге за деньги) * (цена поездки) + epsilon (зп программистов для поддержания кнопки и написания алгоритма)

в реальности средние издержки тарифа Домой ВЫШЕ чем на техников
метод сравнения издержек таким образом - 3 балла

способ на 4 балла: прибыль, которую принесет машина за день/неделю, если переместить ее через тариф домой и через техников.

г) 1. распределение машин по городу +1 - люди привезут машины туда, где они им нужны

2. привлечение новых клиентов +1
3. в пиковые дни необходимо резко увеличивать штат техников, что дорого +1
4. "Домой" можно в любой момент отключать +1

и другие идеи