

# Пробная олимпиада школьников по экономике

15-17 февраля 2025 г.



школа ЦПМ



SolveHub  
ЭКОНОМИКА



Ассоциация  
победителей  
олимпиад

Конкурс	10 класс
Дата написания	15-17 февраля 2025 г.
Сумма баллов	100
Время написания	180 минут

*Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.*

Если не сказано иного, считайте все товары, ресурсы и активы бесконечно делимыми, а также что фирмы максимизируют прибыль. Кроме того, во всех задачах выполняются законы спроса и предложения.

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта **а)** можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения в вашем решении должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все не общеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Прежде чем задать вопрос по условию, перечитайте его ещё раз.

Удачи!

Решай и поступай!

— Васильев Алексей

**Часть 1**

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать единственно верный или наиболее полный ответ. Правильный ответ приносит 2 балла.

1.1 Что из этого не является причиной провалов рынка?

- 1) Внешние эффекты
- 2) Асимметрия информации
- 3) Неисключаемость в общественных благах
- 4) Отсутствие рыночной власти в совершенной конкуренции

**Ответ**

4) Отсутствие рыночной власти в совершенной конкуренции

1.2 Что из этого неверно про налог Пигу?

- 1) Он увеличивает частные предельные издержки
- 2) Он накладывается на отрасли с отрицательными внешними эффектами
- 3) Он уменьшает цену на рынке
- 4) Он чаще всего увеличивает общественное благосостояние

**Ответ**

3) Он уменьшает цену на рынке

1.3 Что из этого не может быть правдой при нормальных (монотонных, ненулевых, убывающих и возрастающих соответственно) функциях спроса и издержек?

- 1) DWL при монополии, проводящей абсолютную дискриминацию, равен DWL при совершенной конкуренции
- 2) Прибыль фирмы лидера при последовательном выборе больше прибыли монополиста
- 3) Равновесный выпуск монополии оказался на эластичном участке спроса
- 4) После ввода потоварного налога оптимальный объем продукции не изменился

**Ответ**

2) Прибыль фирмы лидера при последовательном выборе больше прибыли монополиста

1.4 Что скорее всего не произошло бы в России 2016 года после роста ключевой ставки

- 1) Снижение инвестиций
- 2) Рост ставок по депозитам
- 3) Рост инфляции
- 4) Повышение государственных закупок

**Ответ**

3) Рост инфляции

1.5 Что из этого изучает не поведенческая экономика?

- 1) Эффект замещения
- 2) Межвременное потребление
- 3) Эффект привязки
- 4) Эффект обладания

Ответ

- 1) Эффект замещения

## Часть 2

5 вопросов с открытым ответом. В этой части будут засчитаны все правильные по смыслу ответы, в том числе ответы с соответствующими предлогами и единицами измерения или без них. Правильный ответ приносит 3 балла.

2.1 Выберите все неверные утверждения

- 1) Индекс Херфиндаля–Хиршмана минимален при монополии
- 2) Индекс Лернера минимален при монополии
- 3) Если ROI больше 0, то инвестиции окупались
- 4) Дефлятор ВВП обычно завышает инфляцию

Ответ

- 1) Индекс Херфиндаля–Хиршмана минимален при монополии
- 2) Индекс Лернера минимален при монополии

2.2 Выберите все неверные утверждения про Россию

- 1) В октябре 2024 года наблюдалась самая низкая безработица с 1992 года
- 2) За последние 10 лет в 2025 году самая высокая ключевая ставка
- 3) За последние 10 лет годовая инфляция не превышала 50%
- 4) На 2023 год занимает 4 место по ВВП по ППС в Европе

Ответ

- 4) На 2023 год занимает 4 место по ВВП по ППС в Европе

2.3 Суммарная прибыль  $N$  фирм, выбирающих выпуск последовательно друг за другом и имеющих нулевые издержки при спросе  $Q_d = \max(1 - P; 0)$ , находится на отрезке  $\left[\frac{1}{512}; \frac{129}{16384}\right]$ . Чему не может быть равно  $N$ ?

- 1) 6
- 2) 7
- 3) 8
- 4) 9

Ответ

- 1) 6
- 4) 9

2.4 Что из этого не является примером дискриминации потребителей?

- 1) Скидка 15% пенсионерам
- 2) Розовые товары дороже на 100
- 3) Сахар в Москве дороже на 10 рублей, чем в Волгограде
- 4) Бесплатное обучение для призеров всероса в НИУ ВШЭ

Ответ

- 3) Сахар в Москве дороже на 10 рублей, чем в Волгограде
- 4) Бесплатное обучение для призеров всероса в НИУ ВШЭ

2.5 В каких из этих случаев субсидия скорее всего приведет к снижению благосостояния?

- 1) Субсидия на добычу нефти
- 2) Субсидия на новый очень вкусный алкоголь
- 3) Субсидия на вакцины
- 4) Субсидия на ручки

Ответ

2

### Часть 3

5 вопросов с открытым ответом. В этой части будут засчитаны все правильные по смыслу ответы, в том числе ответы с соответствующими предложениями и единицами измерения или без них. Правильный ответ приносит 3 балла.

3.1 На рынке некоторого товара орудует монополист, предельные издержки которого постоянны и равны 10. Спрос на рынке линеен. Эластичность выручки в точке оптимума монополиста по цене равна  $-2$ , а выручка равна 45. Какую прибыль получил бы монополист, если бы его предельные издержки были равны нулю? Постоянные издержки равны нулю.

Ответ

60

3.2 Фирма «Производиния» производит производий на двух заводах. Издержки на первом заводе задаются формулой  $TC_1 = 2Q_1^2$ . На втором заводе можно производить производий с издержками  $TC_2 = 4Q_2^2$ , где  $TC$  – издержки в производиниях, а  $Q$  – количество производий. Найдите минимальные издержки производства девяти единиц производия.

Ответ

108

3.3 На рынке товара Ч спрос задан функцией  $Q_d = 40 - P$ , а отечественное предложение имеет вид  $Q_s = 3P$ . Также на рынке присутствуют иностранные импортеры, готовые продать любое количество по цене  $P_w = 4$ . Государство желает уменьшить равновесное количество иностранных товаров в два раза. Для этого оно выплачивает отечественным производителям потоварную субсидию в размере  $s$  д. е.

Найдите значение  $s$ , при котором государству удастся это сделать.

Ответ

4

3.4 Известно, что спрос в стране  $Q_d = X > 0$ , а предложение составляют  $n$  фирм, действующих как совершенные конкуренты с  $TC_i = q_i^2$ . Найдите отношение количества фирм к величине спроса, если в равновесии прибыль каждой фирмы равна 14607684. Дайте ответ в виде обыкновенной дроби, не переводя в десятичную.

Ответ

1/3822

3.5 Сеня вложил в проект, приносящий ежегодно  $Y$  рублей, свои кровные  $X$  рублей. Он знает, что за три года  $IRR = 10\%$ , а при ставке  $11.97\%$   $NPV$  за 10 лет равно 0. Найдите, чему же равна огромная сумма  $X + Y$ .

Ответ

0

## Часть 4

3 задачи, полное решение каждой из которых приносит 20 баллов.

## Задача 1. Олигополия на рынке энергетиков

(20 баллов)

На рынке энергетиков действуют две фирмы — фирма А и фирма В. Спрос на напитки задается линейной функцией:  $P = 100 - Q$ , где  $Q = Q_a + Q_b$ , а  $Q_a$  и  $Q_b$  — выпуски фирм А и В соответственно.

Фирма А имеет функцию общих издержек:  $TC_a(Q_a) = 20Q_a$ , а фирма В — функцию:  $TC_b(Q_b) = 30Q_b$ .

Продукция фирм однородна. Исходно фирмы одновременно и независимо выбирают объём выпуска.

**а) (7 баллов)** Найдите равновесие, то есть определите оптимальные объёмы выпуска  $Q_a$  и  $Q_b$ , рыночную цену  $P$  и прибыли каждой фирмы.

**б) (8 баллов)** Предположим, что фирма А теперь первая принимает решение об объёме выпуска, а фирма В узнает решение фирмы А и только потом делает свой выбор. Найдите равновесие в этой модели: определите оптимальные объёмы выпуска  $Q_a$  и  $Q_b$ , рыночную цену  $P$  и прибыли обеих фирм.

**в) (5 баллов)** Предположим, что для того чтобы перейти от состояния из пункта (а) (фирмы одновременно и независимо принимают решения) к состоянию (б) (фирма А принимает решение первой), нужно дать взятку чиновникам. Сколько компания А будет готова заплатить за такое?

Иван Васильев

## Решение

1) Запишем функции прибыли фирм.

Для фирмы А:

$$\Pi_A = (P - 20)Q_A = (100 - (Q_A + Q_B) - 20)Q_A = (80 - Q_A - Q_B)Q_A$$

Для фирмы В:

$$\Pi_B = (P - 30)Q_B = (100 - (Q_A + Q_B) - 30)Q_B = (70 - Q_A - Q_B)Q_B$$

2) Найдём функции оптимальных ответов.

Для фирмы А (условие первого порядка, производная по  $Q_A = 0$ ):

$$80 - 2Q_A - Q_B = 0 \Rightarrow Q_A = \frac{80 - Q_B}{2}$$

Для фирмы В (производная по  $Q_B = 0$ ):

$$70 - Q_A - 2Q_B = 0 \Rightarrow Q_B = \frac{70 - Q_A}{2}$$

3) Решение системы уравнений.

Из уравнения фирмы В:  $Q_B = \frac{70 - Q_A}{2}$ , подставим в реакционную функцию фирмы А:

$$Q_A = \frac{80 - \frac{70 - Q_A}{2}}{2}$$

Упростим:

$$\frac{80 - (70 - Q_A)/2}{2} = \frac{160 - 70 + Q_A}{4} = \frac{90 + Q_A}{4}$$

Тогда:

$$Q_A = \frac{90 + Q_A}{4}$$

Умножим обе части на 4:

$$4Q_A = 90 + Q_A \Rightarrow 3Q_A = 90 \Rightarrow Q_A = 30$$

Подставляем  $Q_A = 30$  в реакционную функцию фирмы В:

$$Q_B = \frac{70 - 30}{2} = 20$$

4) Найдём объёмы, цену и прибыль.

Общий объем выпуска:

$$Q = Q_A + Q_B = 30 + 20 = 50$$

Рыночная цена:

$$P = 100 - Q = 100 - 50 = 50$$

Прибыль фирмы А:

$$\Pi_A = (P - 20)Q_A = (50 - 20)30 = 30 \cdot 30 = 900$$

Прибыль фирмы В:

$$\Pi_B = (P - 30)Q_B = (50 - 30)20 = 20 \cdot 20 = 400$$

5) Оптимизация фирмы В.

Фирма В наблюдает за  $Q_A$  и максимизирует прибыль:

$$\Pi_B = (100 - Q_A - Q_B - 30)Q_B = (70 - Q_A - Q_B)Q_B$$

Условие оптимума (производная по  $Q_B = 0$ ):

$$70 - Q_A - 2Q_B = 0 \Rightarrow Q_B = \frac{70 - Q_A}{2}$$

6) Оптимизация фирмы А.

Зная функцию ответа фирмы В, фирма А может построить зависимость своей прибыли только от своего выпуска:

$$\Pi_A = (100 - Q_A - Q_B - 20)Q_A$$

Подставляем найденное значение  $Q_B$ :

$$\Pi_A = (100 - Q_A - \frac{70 - Q_A}{2} - 20)Q_A$$

Упростим:

$$\Pi_A = (80 - Q_A - \frac{70 - Q_A}{2})Q_A$$

$$\Pi_A = (80 - Q_A - 35 + 0.5Q_A)Q_A$$

$$\Pi_A = (45 - 0.5Q_A)Q_A$$

Условие оптимума для  $\Pi_A$  (производная по  $Q_A = 0$ ):

$$(45 - 0.5Q_A) - Q_A = 0 \Rightarrow 45 - Q_A = 0 \Rightarrow Q_A = 45$$

Определим  $Q_B$ , рыночную цену и прибыль.

Подставляем  $Q_A = 45$  в реакционную функцию фирмы В:

$$Q_B = \frac{70 - 45}{2} = \frac{25}{2} = 12.5$$

Общий объем выпуска:

$$Q = Q_A + Q_B = 45 + 12.5 = 57.5$$

Рыночная цена:

$$P = 100 - Q = 100 - 57.5 = 42.5$$

Прибыль фирмы А:

$$\Pi_A = (P - 20)Q_A = (42.5 - 20)45 = 22.5 \cdot 45 = 1012.5$$

Прибыль фирмы В:

$$\Pi_B = (P - 30)Q_B = (42.5 - 30)12.5 = 12.5 \cdot 12.5 = 156.25$$

7) Оценка изменения прибыли.

Так как прибыль фирмы А выросла с 900 до 1012.5, то разница между этими двумя значениями и будет максимальная сумма, которую готова заплатить фирма:

$$1012.5 - 900 = 112.5$$

**Задача 2. Куда без КПВ?****(20 баллов)**

Герой бесчисленного числа анекдотов Вовочка заинтересовался экономикой. Он пока еще не очень смысленный, так что производит на своих 3 маленьких игрушечных заводиках в сети ВКонтакте всего 2 типа товаров:  $x$  (приколы) и  $y$  (мемы). На первом заводе Вовочка знает, что его "ВКПВ" на заводиках задаются таким образом:

$$y_1 = x^5, ; 0 \leq x \leq 1, \quad y_2 = \sqrt[3]{x}, ; 0 \leq x \leq 1, \quad y_3 = 1 - \sqrt{x}, ; 0 \leq x \leq 1,$$

где "ВКПВ" – Вовочкинообразное КПВ. Оно действительно отражает, сколько мемов будет при таком количестве приколов, но что-то с ним не так...

- (a) (3 балла) Поймите, что не так с "ВКПВ" и перепишите его в КПВ Вовочки на каждом из заводиков.
- (b) (4 балла) Найдите суммарную КПВ Вовочки.
- (c) (6 баллов) Вовочка оказался хорошим другом Штирлица, и они решили торговаться мемами и приколами. Наш мир довольно изменчив, так что настоящее соотношение цен мы не знаем, но нам известно, что

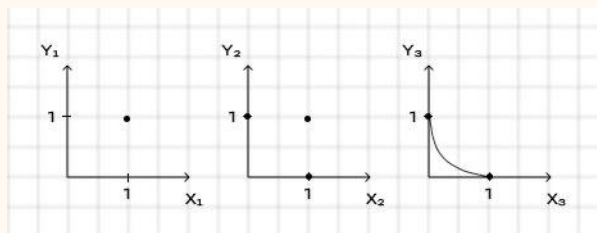
$$\frac{P_x}{P_y} = k^3 - 8k^2 + 9k - 13, \quad k; \text{ какое-то неотрицательное число.}$$

Найдите, при каких значениях параметра  $k$  КПВ Вовочки будет проходить через точку  $(\frac{9}{4}, \frac{5}{2})$ .

- (d) (7 баллов) Пусть, соотношение цен осталось таким же. Найдите, при каких  $k$  КПВ Вовочки будет проходить через точку  $(3; 2)$ .

*Арсений Андрианов***Решение**

1) Запишем функции:



$$y_1 = x_1^5, \quad 0 \leq x_1 \leq 1$$

$$y_2 = \sqrt[3]{x_2}, \quad 0 \leq x_2 \leq 1$$

$$y_3 = 1 - \sqrt{x_3}, \quad 0 \leq x_3 \leq 1$$

Если ВКПВ возрастают, то КПВ — это точки из соображений паретной эффективности:

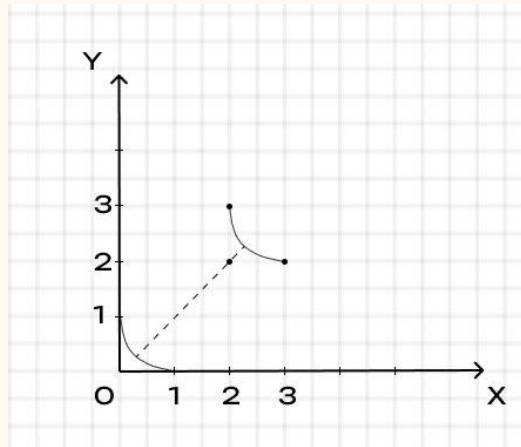
$$y_1 = 1, \quad x_1 = 1$$

$$y_2 = 1, \quad x_2 = 1$$

$$y_3 = 1 - \sqrt{x_3}, \quad 0 \leq x_3 \leq 1$$

2) Найдём общую КПВ: Сложив первые две КПВ (они в виде точек), получим точку (2; 2). Затем векторно сложим с третьей КПВ:

$$y = (1 - \sqrt{x-2}) + 2 = 3 - \sqrt{x-2}, \quad x \in [2; 3] \text{ — 1 балл}$$



Ответ:  $y = 3 - \sqrt{x-2}$ ,  $x \in [2; 3]$

3) Определим, когда  $\beta \geq 1$ : Дано:

$$\frac{p_x}{p_y} = k^3 - 8k^2 + 9k - 13$$

Что такое КТВ? Геометрически — самая “высокая” прямая:

$$y = a - bx, \quad b = \frac{p_x}{p_y}$$

Если  $b = 1$ , то КТВ будет:

$$y = 5 - x$$

и проходить через точки (2; 3) и (3; 2).

Если  $b > 1$ , то КТВ проходит через (3; 2), а если  $b < 1$ , то через (2; 3).

Во всех этих ситуациях КТВ не будет ниже:

$$y = \begin{cases} 3, & 0 \leq x \leq 2 \\ 5 - x, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

Точка (9/4; 5/2) выше всех этих случаев. Значит, ответа нет.

4) Найдём  $k$ , при котором  $\beta \geq 1$ :

$$k^3 - 8k^2 + 9k - 13 \geq 1$$

$$k^3 - 8k^2 + 9k - 14 \geq 0$$

Разложим на множители:

$$k^3 - 8k^2 + 7k + 2k - 14 \geq 0$$

$$k(k-1)(k-7) + 2(k-7) \geq 0$$

$$(k-7)(k^2 - k + 2) \geq 0 \text{ — 4 балла}$$

Так как  $k^2 - k + 2$  всегда положительно, решаем неравенство:

$$k \geq 7$$

Ответ:  $k \in [7; +\infty)$

## Задача 3. Параметрический блиц

(30 баллов)

За полностью верное решение  $0 \leq x \leq 4$  задач блица вам ставится  $x^2$  баллов и 20 баллов, за верное решение всех 5 пунктов.

- (a) Спрос на товар параметрин  $Q_D = \max\{(\cdot; a) - P; 0\}$ . Предельные издержки его производства у обобщенной фирмы, действующей как совершенный конкурент, равны  $a^2$ . Найдите равновесный объем производства, если  $a$  – неотрицательное целое число, а также выпуск фирмы может быть только целым.
- (b) Спрос двух групп покупателей Амогусов и Бабобусов задается как  $Q_A = \max(a - P; 0)$  и  $Q_B = \max(b - P; 0)$ . Предложение же 1 продавца задается как  $Q_S = P$ . Найдите равновесную цену при всех неотрицательных значениях параметров  $a$  и  $b$ .
- (c) КПВ страны  $Z$  задается как  $y = 5 - V$ , где  $V \in [2; 3]$ . Страна потребляет комплекты "ай-дор" состоящие из 1 единицы товара  $y$  и  $A$  единиц товара  $V$ . Найдите, сколько комплектов потребуется в стране для любых неотрицательных значений параметра  $A$ .
- (d) Спрос на соцсеть  $X$ :  $Q_X = \frac{2I^{2025}}{3P_X}$ , а предложение  $Q_S = \frac{2025}{\sqrt{P_X}}$ . Найдите эластичность спроса по доходу по цене в точке равновесия, если  $I$  – доход,  $Q$  – количество  $X$ , а  $P_X$  – цена  $X$ .
- (e) Спрос в стране задается количественной теорией денег. Предложение  $Y_s = P$ . Денежной массы в стране в  $c^2$  раз больше, чем скорость обращения денег в ней. Найдите при каком наибольшем неотрицательном значении параметра  $c$  сумма ВВП и цены в равновесии будут минимальны.

Арсений Андрианов

## Решение

$$a) Q^p = \begin{cases} a - p, & p \leq a \\ 0, & p > a \end{cases}$$

$$MC = a^2; \geq 0$$

$$p = MC = a^2 \geq 0$$

$$Q^p = a - a^2 = a(1 - a) \geq 0 \Rightarrow \geq 0$$

$$Q^* = \begin{cases} a(1 - a), & a \in [0; 1] \\ 0, & a > 1 \end{cases} \geq 0$$

Так как  $a$  — неотрицательное целое число и  $Q$  тоже, то поймем, что при  $a = 0 \Rightarrow Q^* = 0$ , при  $a > 1 \Rightarrow Q^* = 0 \Rightarrow Q^* = 0 : Q^* = 0$

$$b) Q_A^p = \begin{cases} a - p, & p \leq a \\ 0, & p > a \end{cases} \geq 0$$

$$Q_B^p = \begin{cases} b - p, & p \leq b \\ 0, & p > b \end{cases} \geq 0$$

$$Q^s = p$$

$a \geq b$ , если  $b \leq a$ , то все симметрично с заменой  $a := b, b := a$

$$Q_{\Sigma}^D = \begin{cases} a+b-2p, & p \leq b \\ a-p, & b \leq p \leq a \\ 0, & p \geq a \end{cases}$$

$$Q^S = p$$

$$a+b-2p = p$$

$$p = \frac{a+b}{3}$$

$$0 \leq \frac{a+b}{3} \leq b \Rightarrow a \leq 2b$$

$$a-p = p$$

$$p = \frac{a}{2}$$

$$b \leq \frac{a}{2} \leq a \Rightarrow a \geq 2b$$

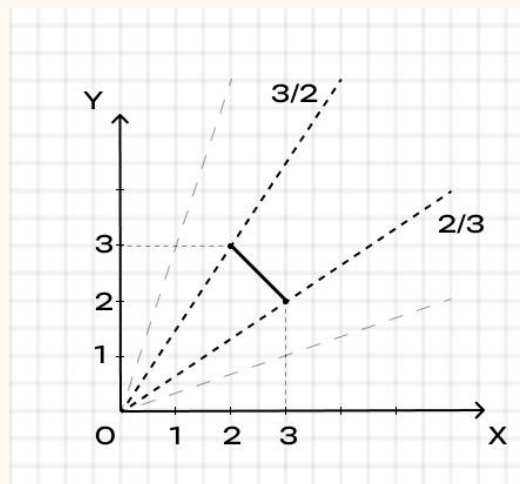
$$\begin{array}{l|l} p = \frac{a+b}{3} & b \leq a \leq 2b \\ p = \frac{a}{2} & a \geq 2b \end{array}$$

Симметрично

$$\begin{array}{l|l} p = \frac{b+a}{3} & a \leq b \leq 2a \\ p = \frac{b}{2} & b \geq 2a \end{array}$$

Ответ:  $p = \begin{cases} \frac{b}{2}, & b \geq 2a \\ \frac{a+b}{3}, & \frac{a}{2} \leq b < 2a \\ \frac{a}{2}, & b \leq \frac{a}{2} \end{cases}$

с)



$$y = 5 - v, \quad v \in [2; 3]$$

$$K = y = \frac{v}{a}$$

Если наклон от  $2/3$  до  $1,5$ , то попадаем на КПВ

$$\frac{v}{a} = 5 - v$$

$$v = \frac{5}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{5a}{a+1}$$

$$K = \frac{v}{a} = \frac{5}{a+1}$$

$$\frac{1}{a} > \frac{3}{2} \Rightarrow a < \frac{2}{3}$$

$$K = \min\left(3, \frac{2}{a}\right) = 3$$

$$\text{Ответ: } K = \begin{cases} 3, & a \in (0, \frac{2}{3}] \\ \frac{5}{a+1}, & a \in [\frac{2}{3}, \frac{3}{2}] \\ \frac{3}{a}, & a \in [\frac{3}{2}, +\infty) \end{cases}$$

d)

$$Q^D = \frac{2 \cdot I^{2025}}{3P_x}$$

$$Q^S = \sqrt[2025]{P_x}$$

$$F_p^D = Q'_I \cdot \frac{I}{Q} = \frac{2}{3P_x} \cdot 2025 \cdot I^{2024} \cdot \frac{I}{\frac{2I^{2025}}{3P_x}} = 2025$$

$$E_p^D = 0 \cdot \frac{P_x}{2025} = 0$$

e)

$$MV = pV$$

$$Y^S = p$$

$$M = c^2V$$

$$Y + p \rightarrow \min$$

$$Y = c^2V^2/p = p \Rightarrow p = cV, \quad Y = cV \Rightarrow 2cV \rightarrow \min \rightarrow c = 0$$