Пробная олимпиада школьников по экономике

15-17 февраля 2025 г.

школа цпм × SolveHub Экономика × Ассоциация победителей олимпиад

Конкурс	**11 класс**
Дата написания	**15-17 февраля 2025 г.**
Сумма баллов	**100**
Время написания	**180 минут**

Не пытайтесь читать задания до объявления начала написания тура.

Если не сказано иного, считайте все товары, ресурсы и активы бесконечно делимыми, а также что фирмы максимизируют прибыль. Кроме того, во всех задачах выполняются законы спроса и предложения.

Излагайте свои мысли четко, пишите разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта **а)** можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения в вашем решении должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений. Все необщеизвестные факты, не следующие тривиально из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное. Прежде чем задать вопрос по условию, перечитайте его ещё раз.

Удачи!

Решай и поступай!

— Васильев Алексей

1.1 Что из этого не является причиной провалов рынка?

Часть 1

5 вопросов, в каждом из которых среди четырех вариантов нужно выбрать единственно верный или наиболее полный ответ. Правильный ответ приносит 2 балла.

1) Внешние эффекты
2) Асимметрия информации
3) Неисключаемость в общественных благах
4) Отсутствие рыночной власти в совершенной конкуренции

Ответ

4) Отсутствие рыночной власти в совершенной конкуренции

1.2 Что из этого неверно про налог Пигу?

1) Он увеличивает частные предельные издержки
2) Он накладывается на отрасли с отрицательными внешними эффектами
3) Он уменьшает цену на рынке
4) Он чаще всего увеличивает общественное благосостояние

Ответ

3) Он уменьшает цену на рынке

1.3 Что из этого не может быть правдой при нормальных (монотонных, ненулевых, убывающих и возрастающих соответственно) функциях спроса и издержек?

1) DWL при монополии, проводящей абсолютную дискриминацию, равен DWL при совершенной конкуренции
2) Прибыль фирмы лидера при последовательном выборе больше прибыли монополиста
3) Равновесный выпуск монополии оказался на эластичном участке спроса
4) После ввода потоварного налога оптимальный объем продукции не изменился

Ответ

2) Прибыль фирмы лидера при последовательном выборе больше прибыли монополиста

1.4 Что скорее всего не произошло бы в России 2016 года после роста ключевой ставки

1) Снижение инвестиций
2) Рост ставок по депозитам
3) Рост инфляции
4) Повышение государственных закупок

Ответ

3) Рост инфляции

1.5 Что из этого изучает не поведенческая экономика?

1) Эффект замещения
2) Межвременное потребление
3) Эффект привязки
4) Эффект обладания

Ответ

1) Эффект замещения

Часть 2

5 вопросов с открытым ответом. В этой части будут засчитаны все правильные по смыслу ответы, в том числе ответы с соответствующими предлогами и единицами измерения или без них. Правильный ответ приносит 3 балла.

2.1 Выберите все неверные утверждения

1) Индекс Херфиндаля–Хиршмана минимален при монополии
2) Индекс Лернера минимален при монополии
3) Если ROI больше 0, то инвестиции окупились
4) Дефлятор ВВП обычно завышает инфляцию

Ответ

1) Индекс Херфиндаля–Хиршмана минимален при монополии
2) Индекс Лернера минимален при монополии

2.2 Выберите все неверные утверждения про Россию

1) В октябре 2024 года наблюдалась самая низкая безработица с 1992 года
2) За последние 10 лет в 2025 году самая высокая ключевая ставка
3) За последние 10 лет годовая инфляция не превышала 50%
4) На 2023 год занимает 4 место по ВВП по ППС в Европе

Ответ

4) На 2023 год занимает 4 место по ВВП по ППС в Европе

2.3 Суммарная прибыль N фирм, выбирающих выпуск последовательно друг за другом и имеющих нулевые издержки при спросе $Q_d = max(1 - P; 0)$, находится на отрезке $\left[\frac{1}{512}; \frac{129}{16384}\right]$. Чему не может быть равно N?

1) 6
2) 7
3) 8
4) 9

Ответ

1) 6
4) 9

2.4 Что из этого не является примером дискриминации потребителей?

1) Скидка 15% пенсионерам
2) Розовые товары дороже на 100
3) Сахар в Москве дороже на 10 рублей, чем в Волгограде
4) Бесплатное обучение для призеров всероса в НИУ ВШЭ

Ответ

3) Сахар в Москве дороже на 10 рублей, чем в Волгограде
4) Бесплатное обучение для призеров всероса в НИУ ВШЭ

2.5 В каких из этих случаев субсидия скорее всего приведет к снижению благосостояния?

1) Субсидия на добычу нефти
2) Субсидия на новый очень вкусный алкоголь
3) Субсидия на вакцины
4) Субсидия на ручки

Ответ

2) Субсидия на новый очень вкусный алкоголь

Часть 3

5 вопросов с открытым ответом. В этой части будут засчитаны все правильные по смыслу ответы, в том числе ответы с соответствующими предлогами и единицами измерения или без них. Правильный ответ приносит 3 балла.

3.1 На рынке некоторого товара орудует монополист, предельные издержки которого постоянны и равны 10. Спрос на рынке линеен. Эластичность выручки в точке оптимума монополиста по цене равна -2, а выручка равна 45. Какую прибыль получил бы монополист, если бы его предельные издержки были равны нулю? Постоянные издержки равны нулю.

Ответ

60

3.2 Фирма «Производиния» производит производий на двух заводах. Издержки на первом заводе задаются формулой $TC_1 = 2Q_1^2$. На втором заводе можно производить производий с издержками $TC_2 = 4Q_2^2$, где TC – издержки в производиниях, а Q – количество производий. Найдите минимальные издержки производства девяти единиц производия.

Ответ

108

3.3 На рынке товара Ч спрос задан функцией $Q_d = 40 - P$, а отечественное предложение имеет вид $Q_s = 3P$. Также на рынке присутствуют иностранные импортеры, готовые продать любое количество по цене $P_w = 4$. Государство желает уменьшить равновесное количество иностранных товаров в два раза. Для этого оно выплачивает отечественным производителям потоварную субсидию в размере s д. е.

Найдите значение s, при котором государству удастся это сделать.

Ответ

4

3.4 Известно, что спрос в стране $Q_d = X > 0$, а предложение составляют n фирм, действующих как совершенные конкуренты с $TC_i = q_i^2$. Найдите отношение количества фирм к величине спроса, если в равновесии прибыль каждой фирмы равна 14607684. Дайте ответ в виде обыкновенной дроби, не переводя в десятичную.

Ответ

1/3822

3.5 10 000 фирм конкурируют с предельными издержками, равными 1. Люди покупают у той фирмы, у которой цена ниже, их спрос равен $Q_d = 123454321 - 78P$. Найдите, на сколько больше здесь *DWL*, чем если бы они конкурировали при совершенной конкуренции.

Ответ

0

Часть 4

3 задачи, полное решение каждой из которых приносит 20 баллов.

Задача 1. Куда без КПВ? (20 баллов)

Герой бесчисленного числа анекдотов Вовочка заинтересовался экономикой. Он пока еще не очень смысленный, так что производит на своих 3 маленьких игрушечных заводиках в сети ВКонтакте всего 2 типа товаров: x (приколы) и y (мемы). На первом заводе Вовочка знает, что его "ВКПВ"на заводиках задаются таким образом:

$$y_1 = x^5, ;0 \le x \le 1, \quad y_2 = \sqrt[3]{x}, ;0 \le x \le 1, \quad y_3 = 1 - \sqrt{x}, ;0 \le x \le 1,$$

где "ВКПВ"– Вовочкинообразное КПВ. Оно действительно отражает, сколько мемов будет при таком количестве приколов, но что-то с ним не так...

(a) **(3 балла)** Поймите, что не так с "ВКПВ"и перепишите его в КПВ Вовочки на каждом из заводиков.

(b) **(4 балла)** Найдите суммарную КПВ Вовочки.

(c) **(6 баллов)** Вовочка оказался хорошим другом Штирлица, и они решили торговаться мемами и приколами. Наш мир довольно изменчив, так что настоящее соотношение цен мы не знаем, но нам известно, что

$$\frac{P_x}{P_y} = k^3 - 8k^2 + 9k - 13, \quad k;;\text{какое-то неотрицательное число}.$$

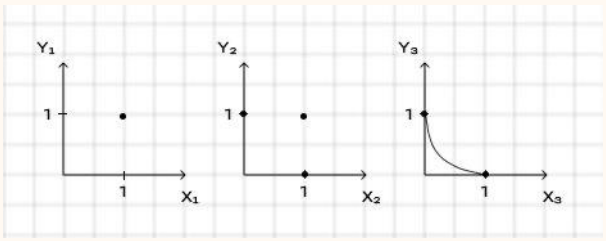
Найдите, при каких значениях параметра k КПВ Вовочки будет проходить через точку $\left(\frac{9}{4}, \frac{5}{2}\right)$.

(d) **(7 баллов)** Пусть, соотношение цен осталось таким же. Найдите, при каких k КПВ Вовочки будет проходить через точку $(3; 2)$.

Арсений Андрианов

Решение

1) Запишем функции:



$$y_1 = x_1^5, \quad 0 \le x_1 \le 1$$
$$y_2 = \sqrt[3]{x_2}, \quad 0 \le x_2 \le 1$$
$$y_3 = 1 - \sqrt{x_3}, \quad 0 \le x_3 \le 1$$

Если ВКПВ возрастают, то КПВ — это точки из соображений паретной эффективности:

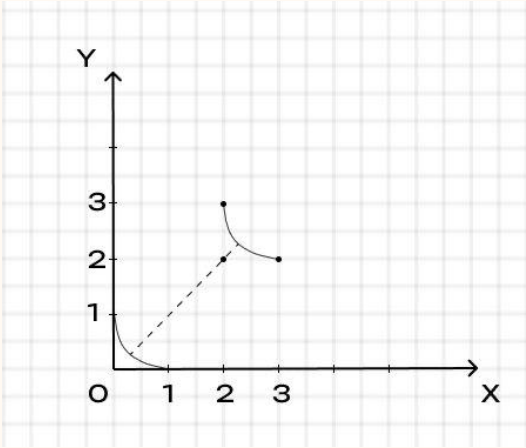
$$y_1 = 1, \quad x_1 = 1$$

$$y_2 = 1, \quad x_2 = 1$$

$$y_3 = 1 - \sqrt{x_3}, \quad 0 \le x_3 \le 1$$

2) Найдём общую КПВ: Сложив первые две КПВ (они в виде точек), получим точку $(2; 2)$. Затем векторно сложим с третьей КПВ:

$$y = (1 - \sqrt{x-2}) + 2 = 3 - \sqrt{x-2}, \quad x \in [2; 3] \text{ — 1 балл}$$



Ответ: $y = 3 - \sqrt{x-2}, \quad x \in [2; 3]$

3) Определим, когда $\beta \ge 1$: Дано:

$$\frac{p_x}{p_y} = k^3 - 8k^2 + 9k - 13$$

Что такое КТВ? Геометрически — самая "высокая" прямая:

$$y = a - bx, \quad b = \frac{p_x}{p_y}$$

Если $b = 1$, то КТВ будет:

$$y = 5 - x$$

и проходить через точки $(2; 3)$ и $(3; 2)$.

Если $b > 1$, то КТВ проходит через $(3; 2)$, а если $b < 1$, то через $(2; 3)$.

Во всех этих ситуациях КТВ не будет ниже:

$$y = \begin{cases} 3, & 0 \le x \le 2 \\ 5 - x, & 2 \le x \le 3 \end{cases}$$

Точка $(9/4; 5/2)$ выше всех этих случаев. Значит, ответа нет.

4) Найдём k, при котором $\beta \ge 1$:

$$k^3 - 8k^2 + 9k - 13 \ge 1$$

$$k^3 - 8k^2 + 9k - 14 \ge 0$$

Разложим на множители:

$$k^3 - 8k^2 + 7k + 2k - 14 \ge 0$$

$$k(k-1)(k-7)+2(k-7)\geq 0$$

$$(k-7)(k^2-k+2)\geq 0$$ — 4 балла

Так как k^2-k+2 всегда положительно, решаем неравенство:

$$k\geq 7$$

Ответ: $k\in[7;+\infty)$

Задача 2. Переменность фирмы **(20 баллов)**

Святослав изучал рынок каких-то штук по отчетностям компаний на этом рынке. Взяв за основу анализа компанию VolseHub, Святослав узнал, что коэффициент эластичности средних постоянных издержек по объему производства и коэффициент эластичности средних переменных издержек по объему производства в сумме дают 0. Фирма получает нулевую прибыль.

Индекс Лернера для данной фирмы оказался равен $\frac{3}{4}$. Переменные издержки оказались равны 100.

а) (7 баллов) Чему равны постоянные издержки фирмы?

б) (7 баллов) Оказалось, Святослав торопился проанализировать компанию, поэтому перепутал коэффициент эластичности переменных издержек и нашел в первом пункте решение относительно средних переменных издержек. Во всем остальном он оказался прав. Найдите постоянные издержки фирмы.

в) (6 баллов) Святослав подумал: «Странно, что эластичность переменных издержек будет всегда равна 1» и отказался от условия взаимосвязи эластичностей переменных и постоянных издержек. Святослав был выдумщиком и попытался придумать новый показатель эффективности фирмы – «переменность фирмы», которая находится как отношение переменных к постоянным издержкам. Он заметил, что в первых двух пунктах различается эластичность переменных издержек, и потому меняется значение постоянных издержек, поэтому решил измерить степень этого изменения. Помогите Святославу и найдите коэффициент эластичности «переменности фирмы» по значению коэффициента эластичности переменных издержек.

Святослав Савицкий

Решение

1) Из индекса Лернера находим

$$L = \frac{P - MC}{P} = \frac{3}{4} \Rightarrow P = 4MC \quad \textbf{— 1 балл}$$

$E_Q^{AFC} = -1$ *так как это функция с постоянной эластичностью* $\Rightarrow$ *Значит* $E_Q^{AVC} = 1$

По формуле Эластичности разности получаем $E_Q^{AVC} = \frac{VC}{Q} = E_Q^Q = E_Q^{VC} - E_Q^Q = E_Q^{VC} - 1 = 1$

Значит, $E_Q^{VC} = 2 = VC'_Q * \frac{Q}{VC} = \frac{MC}{AVC} = 2$ *откуда* $MC = 2AVC$ **— 2 балла**

Значит $P = 4MC = 8AVC$*.Посмотрим на прибыль:*

$$PR = TR - VC - FC = 0$$

$$PR = P * Q - VC - FC = 0$$

$$PR = 8AVC * Q - VC - FC = 0$$

$$PR = 7VC - FC = 0$$

$$PR = 700 - FC = 0$$

$$700 = FC \quad \textbf{— 4 балла}$$

Ответ: 700

2) Если коэффициент эластичности средних постоянных издержек равна все также -1, то коэффициент эластичности переменных издержек равна 1. Распишем формулу коэффициента эластичности переменных издержек:

$$E_Q^{VC} = 1 = VC'_Q \cdot \frac{Q}{VC} = \frac{MC}{AVC} = 1 \quad отсюда \quad MC = AVC \quad \textbf{— 2 балла}$$

Из предыдущего пункта получили $P = 4MC$:, теперь получается *Значит* $P = 4MC = 4AVC$ **— 1 балл**

Значит

$$PR = 4AVC \cdot Q - VC - FC = 0$$

$$PR = 300 - FC = 0$$

$$FC = 300 \textbf{ — 4 балла}$$

3) *Пусть* $E_Q^{VC} = a = VC'_Q \cdot \frac{Q}{VC} = \frac{MC}{AVC} = aMC = a \cdot AVC$ *и* $P = 4MC$ **значит** $P = 4a \cdot AVC$

$$PR = 4a \cdot AVC \cdot Q - Q \cdot AVC - FC = 0$$

$$(4a - 1) \cdot VC = FC \quad \textbf{— 2 балла}$$

Значит отношение переменности имеет вид

$$\frac{VC}{FC} = \frac{VC}{(4a-1)VC} = \frac{1}{4a-1}$$

Тогда

$$E_a^{FC} = \left(\frac{1}{4a-1}\right)' \cdot \frac{a}{\frac{1}{4a-1}} = \frac{-4a}{4a-1} \quad \textbf{— 4 балла}$$

Ответ: $\frac{-4a}{4a-1}$

Примечание: задача может быть решена с конца, выведена формула зависимости, но должно быть обосновано, чему равна эластичность переменных издержек в первых двух пунктах. Если это обоснование есть – полный балл. Если обоснования нет – оценивается только третий пункт задачи.

Задача 3. Линейный город без параметров **(20 баллов)**

На равностороннем треугольнике со стороной 1 равномерно распределены бесконечно делимые люди, причём на отрезке $[a; b]$ живёт $b - a$ людей. В двух вершинах этого треугольника находятся фирмы.

У первой фирмы издержки заданы функцией:

$$TC_1 = q_1^2,$$

а у второй:

$$TC_2 = 0.$$

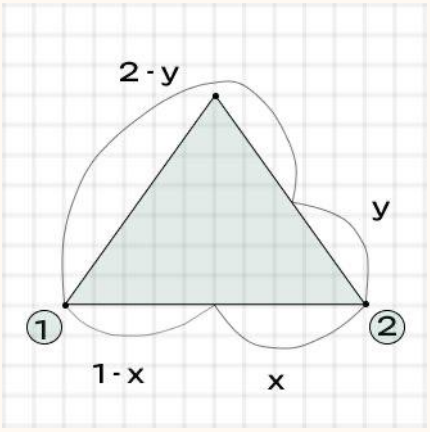
Полезность человека задаётся следующим образом:

$$U = -\text{цена товара у фирмы} - \text{расстояние до фирмы}.$$

Человек идёт к фирме, полезность от покупки товара у которой для него будет максимальна, и он обязан купить товар хотя бы у одной из них, безразличным же можно пренебречь. Люди могут двигаться только по сторонам треугольника. Найдите, какие цены установят фирмы в равновесии.

Арсений Андрианов

Решение



$$TC_1 = 0;$$
$$TC_2 = q_2^2$$

$$P_1 + 1 - x = x + P_2$$
$$y + P_2 = 2 - y + P_1$$

$$x = \frac{P_1 + 1 - P_2}{2}$$
$$y = \frac{2 + P_1 - P_2}{2}$$

$$\Pi_2 = P_2 \cdot q_2 - q_2^2 = (P_2 - q_2)q_2 = \left(P_2 - \frac{P_1 + 1 - P_2}{2} - \frac{2 + P_1 - P_2}{2}\right) \cdot \left(\frac{3 + 2P_1}{2} - P_2\right)$$

$$= \left(2P_2 - \frac{2P_1 + 3}{2}\right) \cdot \left(\frac{3 + 2P_1}{2} - P_2\right)$$

$$P_2 = \frac{\frac{2P_1+3}{4} + \frac{3+2P_1}{2}}{2} = \frac{3}{8}(3 + 2P_1)$$

$$\Pi_1 = (3 - x - y)P_1 = \left(3 - \frac{P_1 + 1 - P_2}{2} - \frac{2 + P_1 - P_2}{2}\right)P_1$$

$$= \left(\frac{3}{2} + P_2 - P_1\right)P_1 \Rightarrow P_1 = \frac{\frac{3}{2} + P_2}{2}$$

$$P_2 = \frac{3}{8}\left(3 + \frac{3}{2} + P_2\right) \Rightarrow \frac{5}{3}P_2 = \frac{y}{2} \Rightarrow P_2 = 2.7, \quad P_1 = 2.1$$

$$x = \frac{2.1 + 1 - 2.7}{2} = 0.2$$

$$y = \frac{2 + 2.1 - 2.7}{2} = 0.7$$