

Олимпиада имени С.И. Колокольникова

Заключительный этап

Тюмень, 2025

Первый тур



Конкурс	7 класс
Дата написания	14 апреля 2025
Количество заданий	4
Сумма баллов	48
Время написания	240 минут

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов, а также цены во всех задачах бесконечно делимыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений.

Все общеизвестные факты, не следующие из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Удачи!

Задача 1. Кредитовать нельзя, запретить (12 баллов)

С 1 марта 2025 года у россиян появилась возможность воспользоваться самозапретом на кредит: каждый гражданин может оформить запрет на взятие потребительских кредитов (займов) в банках и микрофинансовых организациях. Самозапрет также можно оформить и на выдачу кредитных карт.

а) (3 балла) Парадоксальным образом, хотя запрет на выдачу кредитов ограничивает возможности людей, многие граждане прибегают к самозапрету. (За первые две недели самозапрет оформили более 6 миллионов россиян, 90% из которых воспользовались полным запретом на кредиты). Приведите два других примера из жизни, когда люди сознательно вводят какие-либо самоограничения.

б) (3 балла) По данным РБК в 2024 году более 70% от числа выданных кредитов пришлось на микрозаймы и кредиты на небольшие суммы. Чем для населения опасны данные кредиты?

в) (3 балла) Согласно статистическим данным самозапрет наиболее популярен у людей, чей возраст превышает 60 лет, при этом на данную группу населения приходится менее 5% выдаваемых кредитов. С чем может быть связана популярность самозапрета у данной группы населения?

г) (3 балла) Запрет не распространяется на некоторые виды кредитов, к таким относятся, например, ипотека и автокредитование. По какой причине данные виды кредитов могут не попадать под самозапрет?

Задача 2. Слишком полная занятость (12 баллов)

В некоей стране спрос на труд описывается зависимостью $L_d = 45 - w - 40t$, где w – уровень зарплат в стране, t – уровень налогов, L_d – количество людей, которое хотят нанять фирмы. Предложение задано как $L_s = w - 4 - 20t$, где L_s – количество людей, готовых работать. Все люди, которых не устраивает зарплата и уровень налогов в стране, перестают искать работу.

а) (3 балла) Определите, какие зарплаты w установятся в стране в зависимости от выбранного государством уровня налогов.

б) (3 балла) Государство установило $t_1 = 0,15$. К какому уровню зарплат w_1 придет экономика страны?

Как вы могли заметить, безработица на протяжении первых двух пунктов данной задачи была нулевой, что может не устраивать правительство. После того как в данной стране установился уровень зарплат, полученный вами в пункте **б)**, государство запретило изменение w в течение одного года. При этом увольнять и принимать новых работников разрешено (так же как и увольняться или устраиваться).

в) (3 балла) Государство хочет поднять уровень безработицы до размера естественной. Уровень безработицы определяется как $u = \frac{U}{L} \cdot 100\%$, где U – количество нетрудоустроенных, но заинтересованных в работе людей, а L – размер рабочей силы, то есть величина предложения труда в стране. Какой уровень t_2 следует установить государству, если уровень естественной безработицы равен $\frac{1}{15} \cdot 100\%$?

г) (3 балла) Почему нулевая безработица может вредить экономике? Если будет приведено больше одного аргумента, оцениваться будет первый.

Задача 3. Футбольный менеджер*(12 баллов)*

Тренер ФК «Тюмень» собирает футбольную команду, чтобы выиграть чемпионат России. Он покупает игроков на три линии: нападение (F), полузащита (M), защита (D). Всего у тренера есть 1 миллиард рублей. Поскольку тренер очень умен, он смог высчитать зависимость числа забитых мячей (Z) от уровня игры нападения, полузащиты и защиты:

$$Z = 10F + 5M + 2D$$

Также он вычислил зависимость числа пропущенных мячей от этих показателей:

$$P = 100 - F - 6M - 10D$$

Тренер планирует покупать игроков из других футбольных клубов России. Один форвард стоит 200 млн. рублей (он увеличивает параметр F на 1), один полузащитник – 150 млн. рублей (он увеличивает параметр M на 1), один защитник стоит 100 млн. рублей (он увеличивает параметр D на 1). Количество футболистов может быть только целым.

а) (2 балла) Определите, как тренеру распределить деньги, чтобы максимизировать разницу между числом забитых и пропущенных мячей.

б) (4 балла) Размышляя над покупкой игроков согласно распределению из пункта **а)**, тренер ФК «Тюмень» выяснил, что у него окажется меньше 11 футболистов. Поняв свою ошибку, он решил пересмотреть свои планы и обратил внимание на рынок африканских футболистов. Один африканский футболист стоит 200000 \$ и усиливает свою линию на 0,1 (два африканских футболиста усилят свою линию на 0,2 и так далее...). Определите, каких футболистов теперь собирается купить тренер, если курс доллара равен 100 руб. При решении этого и следующего пунктов считайте, что в команде должно быть не менее 11 футболистов, но может быть и больше. Если в команде больше 11 игроков, то они по-прежнему улучшают показатели своих линий, так как являются запасными, которые позволяют отдыхать основным игрокам и тем самым повышают общую эффективность.

в) (6 баллов) Мысленно собрав новую команду, тренер ФК «Тюмень» снова нашел ошибку. Теперь его команда не сбалансирована. Подумав немного, он решил, что для лучшего результата ему нужны как минимум 3 защитника, 3 полузащитника и 1 нападающий, а также 1 вратарь, которого он смог «подписать» у ФК «Оренбург» за 50 млн. рублей. Определите, сколько футболистов купит тренер на каждую линию.

Задача 4. Знахарь и злой дух*(12 баллов)*

Знахарь Ефимыч может собирать грибы (x) и ягоды (y). Ефимыч знает, как грибы и ягоды нужны лесу, но при этом сам вынужден собирать их для своих лечебных отваров, поэтому его функция полезности равна:

$$U(x, y) = 100 - (x - 12)^2 - (y - 8)^2$$

а) *(3 балла)* При каких x и y достигается максимальная полезность знахаря U_{\max} ?

б) *(3 балла)* За день у него хватает времени, чтобы собрать не больше 20 грибов, при этом каждый гриб искать приходится в $k > 0$ раз дольше, чем каждую ягоду. Найдите все такие значения k , что знахарь может достичь своей максимальной полезности U_{\max} , которую вы нашли в предыдущем пункте.

В лесу появился злой дух, который хочет испортить жизнь знахарю. После того как Ефимыч соберет грибы и ягоды, он может наложить на знахаря заклятие изменения, из-за чего все грибы станут ягодами, а ягоды — грибами. Дух старается сделать полезность знахаря как можно меньше. Если злому духу безразлично накладывать заклятие или нет, он предпочитает не делать этого. Ефимыч знает о существовании духа и о том, что тот пытается уменьшить его полезность.

в) *(5 баллов)* При $k = 1$ определите, сколько ягод и грибов нужно собрать знахарю, чтобы достичь наибольшей полезности за один день.

г) *(1 балл)* Наложит ли злой дух заклятие на знахаря при такой стратегии?