

# Олимпиада имени С.И. Колокольникова

Заключительный этап

Тюмень, 2025

---

## Второй тур



Конкурс	<b>8 класс</b>
Дата написания	<b>15 апреля 2025</b>
Количество заданий	<b>4</b>
Сумма баллов	<b>48</b>
Время написания	<b>240 минут</b>

Если не сказано иного, считайте все единицы товаров, ресурсов и активов, а также цены во всех задачах бесконечно делимыми.

Старайтесь излагать свои мысли четко, писать разборчиво. Зачеркнутые фрагменты не будут проверены. Если вы хотите, чтобы зачеркнутая часть была проверена, явно напишите об этом в работе.

Всякий раз четко обозначайте, где начинается решение каждого пункта задачи. Перед началом решения пункта а) можно выписать общую часть, подходящую для всех пунктов, и дальше ссылаться на нее. Не пропускайте ходы в решении: жюри может ставить баллы за любые корректно выполненные действия, даже если вам они кажутся малозначительными.

Все утверждения, содержащиеся в вашем решении, должны быть либо общеизвестными (стандартными), либо логически следовать из условия задачи или из предыдущих рассуждений.

Все общеизвестные факты, не следующие из условия, должны быть доказаны. Если в решении есть противоречащие друг другу суждения, то они не будут оценены, даже если одно из них верное.

Удачи!

**Задача 5. Мир инвестиций***(12 баллов)*

Студент Иннокентий решил начать инвестировать свои деньги. Его первоначальный капитал составляет 100 тыс. рублей. На бирже ему предложили два варианта: акция А с ожидаемой доходностью 20% и волатильностью 10% стоимостью 1 тыс. рублей и акция Б с ожидаемой доходностью 25% и волатильностью 15% стоимостью 2 тыс. рублей. Можно покупать любое количество акций каждого вида (даже нецелое), но нельзя потратить больше своего бюджета.

*Примечание: Волатильность показывает, как сильно может измениться доходность. Обычно волатильность обозначается буквой  $\sigma$  (сигма). Инвесторы не любят волатильные акции и при прочих равных выбирают с меньшей волатильностью. Если положить долю  $\alpha$  всех денег в актив с волатильностью  $\sigma_1$  и долю  $1 - \alpha$  в актив с волатильностью  $\sigma_2$ , то волатильность такого портфеля будет равна  $\alpha\sigma_1 + (1 - \alpha)\sigma_2$ . Аналогично для большего числа активов.*

**а)** *(2 балла)* Как Иннокентию следует распорядиться своими деньгами, если он только максимизирует ожидаемую доходность? А если только минимизирует волатильность?

**б)** *(3 балла)* Иннокентий в университете прочитал учебник по финансам и увидел там замечательный финансовый показатель Sharpe Ratio:

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{\text{ожидаемая доходность} - \text{процентная ставка безрискового актива}}{\text{волатильность}}$$

В стране, где живет Иннокентий, процентная ставка безрискового актива известна и равна 5%. У какой акции Sharpe Ratio больше? Объясните, почему максимизация Sharpe Ratio согласуется с предпочтениями инвестора.

**в)** *(2 балла)* В какой пропорции Иннокентий будет покупать акции, чтобы максимизировать Sharpe Ratio своего портфеля (набора бумаг)?

Например, если он купит бумаги, потратив поровну денег на каждую, то его

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{0,5 \cdot 0,25 + 0,5 \cdot 0,20 - 0,05}{0,5 \cdot 0,15 + 0,5 \cdot 0,10} = 1,4$$

**г)** *(3 балла)* На бирже появляется третья акция В с ожидаемой доходностью 15% и волатильностью 5% стоимостью 500 рублей. Как в этом случае следует распорядиться финансами, если Иннокентий по-прежнему максимизирует Sharpe Ratio портфеля?

**д)** *(2 балла)* Как изменились бы ответы на пункты **в)** и **г)**, если бы Иннокентий обладал не 100 тыс. рублей, а 1 млн. рублей? А если 10 млн. рублей?

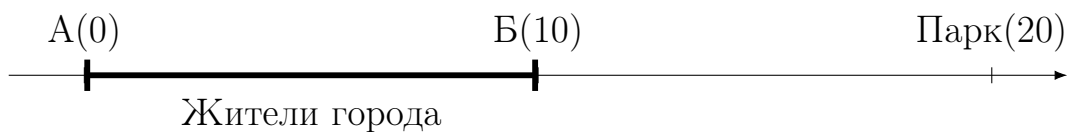
### Задача 6. Формирование цен на такси (12 баллов)

Рассмотрим линейный город, являющийся отрезком длины 10. Жители равномерно распределены на этом отрезке (то есть на каждый километр расстояния приходится одинаковое и достаточно большое число жителей). На разных концах города располагаются автопарки фирмы «А-Такси» в точке 0 и фирмы «Бубер» в точке 10. Обе фирмы занимаются перевозками жителей города и назначают свою цену на любую поездку по формуле  $P_i = S_i + kl$ , где  $i$  — это или А, или Б (для «А-Такси» и «Бубер», соответственно),  $S_i$  — стоимость подачи такси,  $k$  — стоимость одного километра поездки, а  $l$  — длина маршрута с учетом дороги от автопарка до потребителя. Правительство города обязало фирмы устанавливать цену за километр поездки на уровне дополнительных издержек на один километр пути. По состоянию на 2025 год средняя цена топлива на 10 километров равна 60 рублей, а водители готовы проехать километр пути за 4 рубля.

**а)** (2 балла) Найдите коэффициент  $k$ , который был зафиксирован государством для обеих фирм.

В этой задаче вам необходимо определить, какие цены будут назначать обе фирмы на свои услуги такси в первый теплый весенний день, когда все жители города хотят посетить загородный парк в точке 20. Каждый из жителей хочет совершить ровно одну поездку из города в парк. При этом за такую поездку они готовы заплатить любую цену, но стараются заплатить как можно меньше. Общий спрос на поездки составляет  $Q = 10$ . Например, на отрезке от 2 до 6 живет 40% всех жителей, и они потребляют  $Q = 4$  поездки.

**б)** (4 балла) При фиксированных  $S_A$  и  $S_B$  найдите координату точки, в которой жителю, живущему в этой точке, безразлично в какой фирме заказывать такси до загородного парка. Считайте, что разница между ценами  $S_A$  и  $S_B$  не превышает 100.



**в)** (4 балла) Найдите равновесные  $S_A$  и  $S_B$ , которые установят фирмы, если они выбирают стоимости подачи одновременно и независимо.

**г)** (2 балла) Какие цены для жителей города будут назначать фирмы «А-Такси» и «Бубер», и по каким ценам будут совершаться поездки?

**Задача 7. Усовершенствование технологий** (12 баллов)

Фирма «Тюменский чай» производит кружки для чая ( $x$ ) и чайники ( $y$ ). Экономист Тимофей смог вывести функцию, задающую КПВ данной фирмы:  $y = 100 - x$ . Также известно, что жители Тюмени покупают кружки и чайники только в пропорции 3:1.

**а) (2 балла)** Найдите количество чайников, которое купят потребители в оптимуме.

Фирме предлагают усовершенствовать технологию производства чайников и изменить КПВ на  $y = (k + 1)(100 - x)$ . Однако взамен фирма должна отдать  $4k$  кружек, причем сделать это она может уже после производства по новой технологии.

**б) (4 балла)** Постройте КПВ кружек и чайников после платы за технологию в зависимости от выбранного  $k$ , запишите уравнение этой КПВ. Определите, какое максимальное количество чайников может произвести фирма «Тюменский чай», если она может самостоятельно выбирать  $k$ .

**в) (2 балла)** Определите, какое количество чайников купят жители Тюмени в зависимости от  $k$ .

**г) (4 балла)** Тимофей подсчитывал плюсы от данной технологии и пришел к выводу, что она не сможет увеличить продажи чайников даже до 28. Прав ли Тимофей?

## Задача 8. Тюменские гении и аутсайдеры (12 баллов)

Готовясь к заключительному этапу олимпиады имени С.И. Колокольникова, школьник Тимур увидел в книжке по экономике интересный факт. Автор предложил читателям проанализировать данные по канадским хоккеистам, играющим в местной высшей хоккейной лиге. По словам автора, у этих игроков есть одна схожая характеристика, благодаря которой они так высоко пробились. Внимательно посмотрите на данную таблицу.

№	Фамилия, имя	Позиция	Хват	Рост	Вес	Дата рождения	Родной город
9	Бреннан Бош	Центр-форвард	П	5'7	170	14 февраля 1988 г.	Мартенсвилль, Саскачеван
11	Скотт Уосдерн	Центр-форвард	П	6'1	201	4 января 1988 г.	Вестбанк, Британская Колумбия
12	Колтон Грант	Левый нападающий	Л	5'9	175	20 марта 1989 г.	Андорра
14	Даррен Хелм	Левый нападающий	Л	6'0	182	21 января 1987 г.	Сент-Эндрюс, Манитоба
15	Дерек Дорсетт	Правый нападающий	Л	5'11	178	20 декабря 1986 г.	Киндерсли Саскачеван
16	Дейн Тодд	Центр-форвард	П	5'10	168	10 января 1987 г.	Ред-Дир, Альберта
17	Тайлер Суистан	Правый нападающий	П	5'11	180	15 января 1988 г.	Кокран, Альберта
19	Мэтт Лоури	Центр-форвард	П	6'0	184	2 марта 1988 г.	Нипава, Манитоба
20	Кевин Андершут	Левый нападающий	Л	6'0	181	12 апреля 1987 г.	Медисин-Хат, Альберта
21	Джеррид Сауэр	Правый нападающий	П	5'10	207	12 сентября 1987 г.	Медисин-Хат, Альберта
22	Тайлер Эннис	Центр-форвард	Л	5'9	155	6 октября 1989 г.	Эдмонтон, Альберта
23	Джордан Хикмотт	Центр-форвард	П	6'0	181	11 апреля 1990 г.	Мишен, Британская Колумбия
25	Якуб Рампел	Правый нападающий	П	5'8	166	27 января 1987 г.	Хрнсъяровце, Словакия
28	Бреттон Камерон	Центр-форвард	П	5'11	170	26 января 1989 г.	Дидсбари, Альберта
36	Крис Стивенс	Левый нападающий	Л	5'10	197	20 августа 1989 г.	Доусон-Крик, Британская Колумбия
3	Горд Болдуин	Защитник	Л	6'5	205	1 марта 1987 г.	Виннипег, Манитоба

**а) (6 баллов)** Что же общего у этих хоккеистов? Как этот общий признак помог им добиться успеха?

Быстро определив зависимость, школьник решил проверить данный эффект на участниках заключительного этапа ВсОШ из Тюменской области. Для этого он собрал данные участников:

Имя, фамилия	Предмет	Родной город	Дата рождения	Рост, см
Мирон М.	Экономика	Тюмень	22 октября 2008 г.	173
Илья Р.	Математика	Тюмень	5 декабря 2007 г.	176
Георгий К.	Экономика	Тюмень	12 марта 2008 г.	175
Иван Ж.	Экономика	Заводоуковск	10 апреля 2008 г.	188
Никита Ч.	Обществознание	Донецк	27 апреля 2008 г.	172
Артём Ш.	Астрономия	Тобольск	12 февраля 2009 г.	183
Даниил Л.	Экономика	Тюмень	9 ноября 2006 г.	178
Егор М.	Биология	Тюмень	18 августа 2007 г.	180
Ярослав Ш.	Физика	Петропавловск	11 октября 2008 г.	172
Егор Ш.	Физика	Сочи	24 марта 2009 г.	190

На основании этих данных Тимур сделал вывод, что эффект, который помог канадским хоккеистам добиться успеха, оказывает влияние на членов тюменской сборной, правда в значительно меньшей степени.

**б) (3 балла)** Почему, если данный эффект действительно оказывает здесь свое влияние, это влияние будет меньше? Приведите одну причину. Если будет приведено более одной причины, все последующие не будут засчитаны.

**в) (3 балла)** Можно ли согласиться с выводами Тимура на основании этих данных?