XXXI Международный экономический фестиваль школьников
«Сибириада. Шаг в мечту»
Олимпиада по экономике для учащихся 11-х классов 28.02.2023
ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП
Максимальная сумма баллов – 100.

Задача 1. Красная Шапочка и Серый Волк (20 баллов)

Красная Шапочка является монополистом на рынке пирожков в Новосибирске, ежедневный спрос на пирожки в котором задан функцией $q_N = 1000 - p_N$. Красная Шапочка имеет возможность выйти на рынок города Бердска, ежедневный спрос на пирожки в котором задан функцией $q_B = 700 - p_B$, там она тоже станет монополистом (q_N, q_B – величина спроса на пирожки в Новосибирске и Бердске соответственно, в тыс шт., p_N, p_B – цена одного пирожка в Новосибирске и Бердске соответственно, в руб.)

Производство пирожков находится в Новосибирске, средние издержки производства пирожка постоянны и составляют C рублей. Путь из Новосибирска в Бердск лежит через темный лес, в котором обитает Серый Волк. Без ведома Серого Волка нельзя доставить пирожки в Бердск, и за доставку каждой партии пирожков он взимает налог: либо t рублей за каждый пирожок (потоварный налог), либо $100 \cdot x$% всех пирожков (натуральный налог). Красная Шапочка должна выбрать один из налогов и заплатить его за всю перевозимую партию пирожков. Величины t и x заданы Серым Волком и не меняются; других издержек, связанных с доставкой пирожков, нет.

Красная Шапочка максимизирует прибыль, при этом устанавливает (возможно, разные) цены на пирожки в Новосибирске и Бердске.

(а) Предположим, $C = 200$, $t = 150$, $x = 0{,}5$. Найдите цены в Новосибирске и Бердске, которые установит Красная Шапочка.

(б) Может ли быть такое, что пирожки в Бердске продаются дороже, чем в Новосибирске? Если да, приведите значения параметров C, t, x, при которых это так. Если нет, докажите, что таких значений не существует.

(в) Предположим, величины t и x зафиксированы на некотором уровне, а $C = C_1$. Может ли быть такое, что при этом Красная Шапочка при встрече с Серым волком выбирает потоварный налог, а при тех же t и x, но другом $C = C_2 > C_1$ — натуральный? Если да, приведите пример значений C_1, C_2, t и x. Если нет — докажите, что такое невозможно. Объясните интуитивно, как и почему выбор между налогами зависит от C.

Решение:

(а) Запишем общую функцию прибыли Красной Шапочки для двух случаев: потоварного и натурального налога на продажи в Бердске:

Потоварный налог: $Pr = (1000 - q_N)q_N - 200q_N + (700 - q_B)q_B - (200 + 150)q_B$

Натуральный налог: $Pr = (1000 - q_N)q_N - 200q_N + (700 - 0{,}5q_B) \cdot (0{,}5q_B) - 200q_B$ (q_B — объем **производства** для Бердска; $0{,}5q_B$ — объем продаж).

Для Новосибирска в обоих случаях получаем $q_N = 400$, $p_N = 600$.

Для Бердска в случае потоварного налога: $q_B = 175$, $p_B = 525$. Прибыль, полученная в Бердске после уплаты налога, составит 30625.

Для Бердска в случае натурального налога: $q_B = 300$, объем продаж равен 150, цена $p_B = 550$. Прибыль, полученная в Бердске после уплаты налога, составит 22500.

Красная Шапочка выберет потоварный налог, прибыль при котором больше. Таким образом, установленные ей цены: $p_N = 600$ и $p_B = 525$ в Новосибирске и Бердске соответственно.

(б) Да, может.

В Новосибирске максимизация прибыли дает $p_N = (1000 + c)/2$. Если $x = 1$, то есть при натуральном налоге Волк забирает все пирожки, то Красная Шапочка выберет потоварный налог, после чего цена в Бердске окажется равна $p_B = (700 + c + t)/2$. Если $t > 300$, то цена в Бердске выше. Также нужно, чтобы в Бердске вообще хоть что-то продавалось, для этого должно быть $c + t < 700$. Например, подходит $(c, t, x) = (200, 350, 1)$.

Калькулятор цен, который позволяет проверить выполнение условия при любых значениях параметров.

(в) Такого быть не может. Составим и максимизируем прибыль Красной Шапочки от продаж в Бердске в зависимости от налога.

Потоварный налог:

$$Pr_B = (700 - q)q - (c + t)q$$

$$Pr_B{}' = 700 - 2q - c - t = 0$$

$q = \frac{700 - c - t}{2}$ $\quad$ $p = \frac{700 + c + t}{2}$

$$Pr_B = (350 - \frac{c + t}{2})^2$$

Натуральный налог (q — объем **производства**):

$$Pr_B = (700 - q(1 - x))q(1 - x) - cq$$

$$Pr_B{}' = 700(1 - x) - 2q(1 - x)^2 - c = 0$$

$q = \frac{700(1-x) - c}{2(1-x)^2}$ $\quad$ $p = 350 + \frac{c}{2(1-x)}$

$$Pr_B = (350 - \frac{c}{2(1-x)})^2$$

Потоварный налог будет выбран, если:

$$(350 - \frac{c+t}{2})^2 > (350 - \frac{c}{2(1-x)})^2$$

$$c > t \cdot \frac{1-x}{x}$$

Получаем, что при прочих равных условиях потоварный налог выбирается, если значение c достаточно велико, а натуральный — если достаточно мало (в вопросе этого пункта приведен обратный случай). Интуитивное объяснение этого в том, что относительно высокие издержки производства делают дорогим производство «лишних» единиц товара, которые уходят Серому Волку, тем самым делая потоварный налог более привлекательным.

Критерии оценивания:

(а)	запись прибыли в каждом случае	по 1 баллу (всего 2 балла)
	указана максимальная прибыль в каждом случае	по 1 баллу (всего 2 балла)
	сравнение прибылей и выбор налога	1 балл
	ответ	1 балл
(б)	ответ и корректный пример	4 балла
(в)	запись прибыли в каждом случае	по 1 баллу (всего 2 балла)
	оптимальное количество (или цена) в каждом случае	по 1 баллу (всего 2 балла)
	указана максимальная прибыль в каждом случае	по 1 баллу (всего 2 балла)
	сравнение прибылей и ответ	2 балла
	интуитивное объяснение	2 балла

Дополнительно

(а)

- если рассмотрен только Новосибирск, не более 2 баллов за пункт;
- если натуральный налог введен неверно, не более 4 баллов за пункт;
- арифметическая ошибка штрафуется 1 баллом;

(б)

- неправильный пример и/или ответ, 0 баллов;
- рассмотрение прибылей и нахождение границ для параметров, без указания, какой налог будет выбран, 2 балла;
- рассмотрение прибылей с ошибкой в прибыли с натуральным налогом, 2 балла;

(в)

- штраф 4 балла, если неверно считается доля оставшегося/проданного (например, вместо $1 - x$ используется $1/x$);
- штраф 5 балла, если начало решения верное, но сделан неверный вывод;
- штраф 2 балла в альтернативном решении при отсутствии пояснений о том, что сравнивается.

Задача 2. КПВ и санкции (20 баллов)

В некоторой стране Альфа производятся два продукта X и Y (в тыс. тонн). Кривая производственных возможностей задается уравнением $Y = 115 - 0.2X - 0.02X^2$. Продукты X и Y потребляются жителями страны Альфа в пропорции 5 к 3.

(а) Страна Альфа участвует в мировой торговле. Для торговли используется мировая валюта – тугрики. На мировом рынке сложились следующие цены: $P_X = 42$ тугрика за 1 тыс. тонн товара X и $P_Y = 70$ тугриков за 1 тыс. тонн товара Y. Определите, сколько и какого товара страна Альфа будет производить, ввозить, вывозить, потреблять.

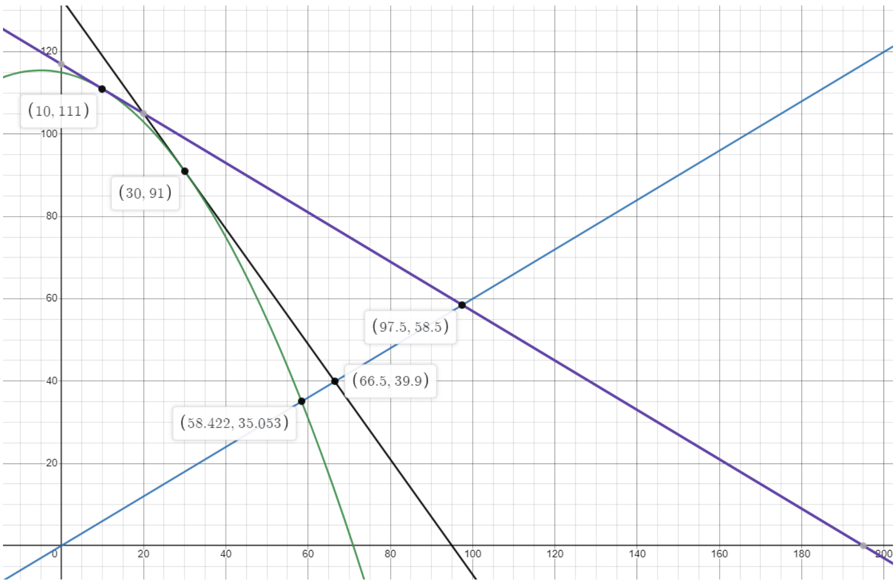
(б) Все страны, участвующие в мировой торговле, договорились об установлении потолка цены на экспортируемый страной Альфа товар в размере 10 тугриков за 1 тыс. тонн: то есть у страны Альфа этот товар будут закупать по установленной цене, но, если страна Альфа будет этот товар импортировать, то ей будут его продавать по мировой рыночной цене. Сколько и какого товара страна Альфа будет производить, ввозить, вывозить, потреблять в данной ситуации?

(в) Страна Бета, нарушая договоренности, готова приобретать для внутреннего потребления любое количество экспортируемого страной Альфа товара по цене 30 тугриков за 1 тыс. тонн (на мировом рынке так много продавцов и покупателей, что это решение страны Бета не меняет рыночные цены). Как это решение страны Бета повлияло на объемы производства, вывоза, ввоза и потребления товаров в стране Альфа?

(г) Опасаясь санкций за нарушение договоренности, страна Бета решила закупать у страны Альфа не более 17,5 тыс. тонн товара. Сколько и какого товара теперь страна Альфа будет производить, ввозить, вывозить, потреблять?

Решение

Картинка к задаче:



(а) Объемы производства товаров X и Y определяются исходя из наклона линии цен: именно под этим углом должна проходить касательная к КПВ, координаты точки касания и есть объемы производства.

Наклон касательной к КПВ в некоторой точке X равен:

$$Y' = -0.2 - 0.04X = -\frac{P_X}{P_Y} = -\frac{42}{70} = -0.6$$

Отсюда $X = 10$ – объем производства товара X равен 10 тыс. тонн.

Объем производства товара Y определяем из КПВ:

$$Y = 115 - 0.2 * 10 - 0.02 * 100 = 111 \text{ тыс. тонн}$$

Для определения остальных искомых значений нужно найти уравнение касательной:

$$Y = kX + b = -\frac{P_X}{P_Y}X + b$$

Осталось найти b:

$$111 = -0.6 * 10 + b$$
$$b = 117$$

Получили

$$Y = -0.6X + 117$$

Объемы потребления вычисляем как точку пересечения уравнения касательной и линии, характеризующей пропорцию потребления товаров жителями Альфы:
исходя из условия, уравнение для линии пропорции потребления получается

$$\frac{Y}{3} = \frac{X}{5} \text{ или } Y = 0.6X$$

Далее

$$-0.6X + 117 = 0.6X$$
$$1.2X = 117 \text{ или } X = 97.5 \text{ тыс. тонн}$$
$$Y = 0.6X = 58.5 \text{ тыс. тонн}$$

Поскольку объем производства товара X меньше (10 < 97,5), то страна Альфа будет импортировать этот товар в размере 87,5 тыс. тонн.

Товар Y будет экспортироваться в размере 111 – 58,5 = 52,5 тыс. тонн.

(б) Поскольку экспортируемым оказался товар Y, то страна Альфа может его экспортировать только по цене 10 тугриков за тыс. тонн. Эта ситуация может привести к изменению специализации страны (но тогда и новый экспортируемый товар будет поставляться на мировой рынок по цене 10), или даже к ее отказу от участия в мировой торговле.

Анализ этой ситуации может быть таким:

Способ 1:

Ведение потолка цен на товар Y приводит к изменению наклона касательной: по модулю он вырос с 42/70 = 0,6 до 42/10 = 4,2.

Возможное изменение специализации зависит от наклона касательной к КПВ в точке пересечения КПВ и линии пропорции:

- сама точка (это производство и потребление страны Альфа в автаркии):

$$Y = 115 - 0.2X - 0.02X^2 = 0.6X$$

Отсюда $115 - 0.8X - 0.02X^2 = 0$ и

$$X_{1,2} = \frac{0.8 \pm \sqrt{0.8^2 + 4 * 0.02 * 115}}{2 * (-0.02)}$$

Нам подойдет только положительный X:

$$X = \frac{\sqrt{9.84} - 0.8}{0.04} \approx 58.422 \text{ тыс. тонн}$$

Тогда Y равен

$$Y = 0.6X = 0.6 * 58.42 = 35.053 \text{ тыс. тонн}$$

- наклон касательной равен

$$Y' = -0.2 - 0.04\frac{\sqrt{9.84} - 0.8}{0.04} = 0.6 - \sqrt{9.84} \approx 0.6 - 3.14 = -2.54$$

Поскольку новый наклон по модулю больше 2,54, то в новой ситуации страна должна была бы поменять специализацию: экспортировать X, на который не были наложены санкции, а закупать Y. Но с другой стороны в соответствии с условием закупать Y придется по рыночной цене 70 тугриков, при которой его закупать не выгодно. Поэтому в текущих условиях страна перестанет торговать с миром, будет производить и потреблять только свои товары.

Способ 2: Это полный расчет всех точек для ситуаций: когда специализация сохранилась – экспортируем Y, и когда специализация изменилась – страна стала экспортировать X.

1) Если специализация сохранилась:

Пусть X и Y – объемы производства соответствующих товаров. Между ними соотношение

$$Y = 115 - 0.2X - 0.02X^2$$

Пусть Im – весь импорт товара X, Ex – весь экспорт товара Y, тогда

$$42 * Im = 10 * Ex \text{ или } Ex = 4.2 * Im$$

Объемы потребления с учетом пропорции потребления и чтобы было выгодно торговать:

$$Y - Ex = 0.6(X + Im) \text{ или } Y = 0.6X + 4.8 * Im$$

Получаем

$$0.6X + 4.8 * Im = 115 - 0.2X - 0.02X^2, \text{ где } X \geq 0, \ Im \geq 0$$

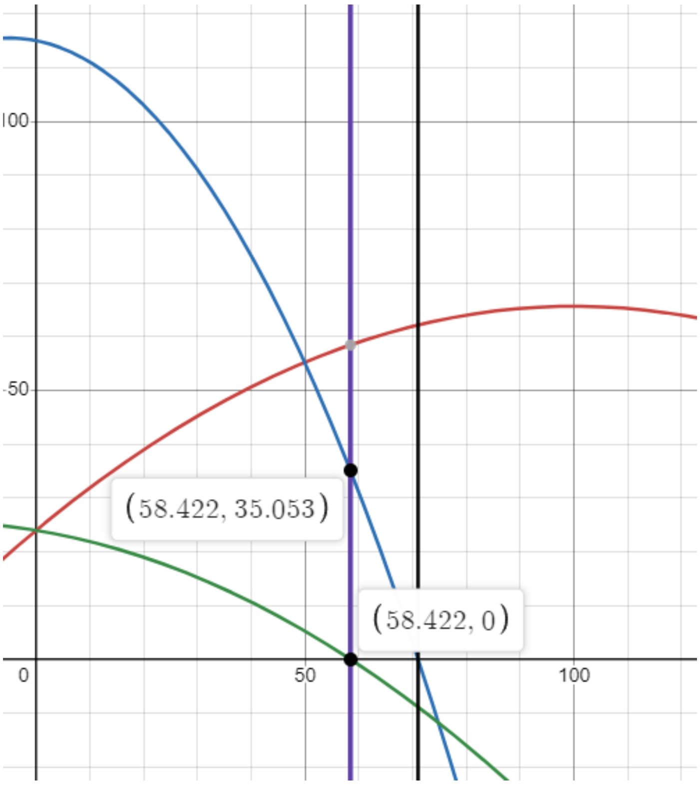
или

$$4.8 * Im = 115 - 0.8X - 0.02X^2$$

А поскольку потреблять хотим как можно больше, то фактически максимизируем функцию:

$$X + Im = X + \frac{115 - 0.8X - 0.02X^2}{4.8} = \frac{115 + 4X - 0.02X^2}{4.8} \qquad (*)$$

Это парабола ветвями вниз (см. следующий схематичный рисунок),



На рисунке функция (*) – изображена красным цветом, КПВ – синим цветом, уравнение для импорта – зеленым цветом.
Черная линия – указывает на точку, при которой Y становится неотрицательным, фиолетовая линия – на точку, при которой и Y, и Im становятся неотрицательными.

точка максимума этой функции:

$$X^* = 100$$

Но при этом Y и Im – отрицательные. Чтобы они не были отрицательными, нужно уменьшать X: при X = 70.993 получаем Y = 0, Im = –8.874; если же X = 58.422, тогда Im = 0, Y =35.053. Но тогда Ex = 0. Именно в этой второй точке достигается максимум потребления, а это оказывается точка автаркии.

2) Если специализация изменилась:

Пусть X и Y – объемы производства соответствующих товаров. Между ними соотношение

$$Y = 115 - 0.2X - 0.02X^2$$

Пусть Im – весь импорт товара Y, Ex – весь экспорт товара X, тогда

$$70 * Im = 10 * Ex \text{ или } Im = Ex/7$$

Объемы потребления с учетом пропорции потребления и чтобы было выгодно торговать:

$$Y + Im = 0.6(X - Ex) \text{ или } Y = 0.6X - \frac{5.2}{7} * Ex$$

Получаем

$$0.6X - \frac{5.2}{7} * Ex = 115 - 0.2X - 0.02X^2, \text{ где } X \geq 0, \ Ex \geq 0$$

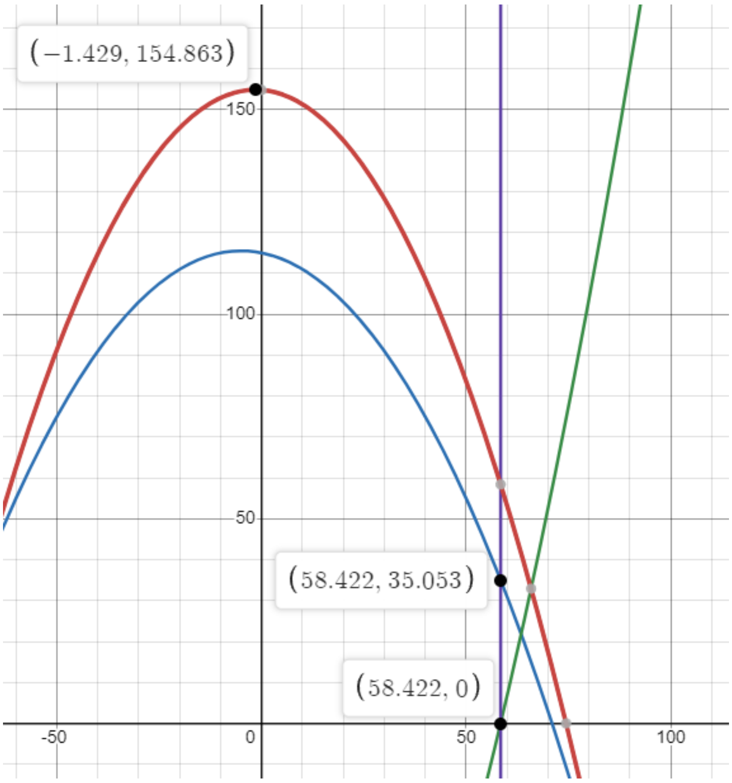
или

$$\frac{5.2}{7} * Ex = 0.02X^2 + 0.8X - 115$$

А поскольку потреблять хотим как можно больше, то фактически максимизируем функцию:

$$X - Ex = X - \frac{7}{5.2}(0.02X^2 + 0.8X - 115) = \frac{805 - 0.4X - 0.14X^2}{5.2} \qquad (**)$$

Это парабола ветвями вниз (см. следующий схематичный рисунок),



На рисунке функция (**) – изображена красным цветом, КПВ – синим цветом, уравнение для экспорта – зеленым цветом. Фиолетовая линия – указывает на точку, при которой Ex становится неотрицательным, при этом Y также положителен.

точка максимума функции

$$X^* \approx -1.429$$

Но при этом *Ex* – принимает отрицательное значение. Чтобы он был неотрицательным и при этом функция (**) была как можно больше, нужно взять X = 58.422, тогда *Ex* = 0, Y =35.053. Но тогда *Im* = 0. Именно в этой точке достигается максимум потребления, и при этом это оказывается точка автаркии.

(в) Поскольку именно товар Y первоначально экспортировала страна Альфа (пункт (а)) и от него отказалась в ситуации пункта (б), то и рассматривать стоит только его (хотя и возможно рассмотреть обе ситуации как по способу 2 в пункте (б)).

Поступившее предложение от страны Бета – купить любое количество товара Y, поэтому фактически имеем дело с наклоном линии цен 42/30 = 1,4, что меньше указанной в ситуации автаркии (по модулю), страна вернется в мировую торговлю – будет экспортировать Y в страну Бета и импортировать товар X.

Аналогично пункту (а) вычисляется новое уравнение касательной:

$$Y' = -0.2 - 0.04X = -\frac{P_X}{P_Y} = -\frac{42}{30} = -1.4$$

Отсюда $X = 30$ – объем производства товара X равен 30 тыс. тонн.

Объем производства товара Y определяем из КПВ:

$$Y = 115 - 0.2 * 30 - 0.02 * 900 = 91 \text{ тыс. тонн}$$

Для определения остальных искомых значений нужно найти уравнение касательной:

$$Y = -1.4X + 133$$

Точка потребления определяется из пересечения касательной и «линии комплектов». Получаем X = 66,5 тыс. тонн товара X и Y = 39,9 тыс. тонн товара Y.

Таким образом, импортироваться будет 36,5 тыс. тонн товара X, экспортироваться 51,1 тыс. тонн товара Y.

(г) Поскольку объем экспорта по 30 тугриков ограничен, то из анализа наклонов линий сделать вывод не получится.

Сначала заметим с учетом предыдущих ответов, что если выгодно продавать Y по 30, то по этой цене все, что готова купить страна Бета, будет ей продано – ровно 17,5 тыс. тонн товара Y (следует из пункта (в)). Больше экспортировать товара Y страна Альфа не будет – не выгодно продавать по 10 (следует из пункта (б)) – экспорт товара Y составит 17,5 тыс. тонн.

Вычислим, сколько страна при этом будет производить и потреблять:

Пусть X и Y – объемы производства соответствующих товаров. Между ними соотношение

$$Y = 115 - 0.2X - 0.02X^2$$

Пусть Im – весь импорт товара X, тогда

$$42 * Im = 30 * 17.5 = 525 \text{ или } Im = 12.5 \text{ тыс. тонн товара X}$$

Объемы потребления с учетом пропорции потребления ($Y = 0.6X$) и чтобы было выгодно торговать:

$$Y - 17.5 = 0.6(X + 12.5) \text{ или } Y = 0.6X + 25$$

Получаем

$$0.6X + 25 = 115 - 0.2X - 0.02X^2$$

Решаем квадратное уравнение:

$$90 - 0.8X - 0.02X^2 = 0$$

$$X_{1,2} = \frac{0.8 \pm \sqrt{0.8^2 + 4 * 0.02 * 90}}{2 * (-0.02)} = \frac{0.8 \pm 2.8}{-0.04}$$

Нам подойдет только положительный X:

$$X = \frac{2.8 - 0.8}{0.04} = 50 \text{ тыс. тонн}$$

Получаем:

Производится X = 50 тыс. тонн товара X, Y = 55 тыс. тонн товара Y.

Экспортируется только 17,5 тыс. тонн товара Y по цене 30 в страну Бета, в другие страны по цене 10 не выгодно ничего экспортировать. Импортируется 12,5 тыс. тонн товара X.

Потребляется 50 + 12,5 = 62,5 тыс. тонн товара X и 55 – 17,5 = 37,5 тыс. тонн товара Y.

Критерии	**Балл**
(а) всего 5 баллов	
Вычислить объемы производства: оба значения X и Y (если указано только одно значение, то 0 баллов)	1 балл
Вычислить объемы потребления: оба значения X и Y (если указано только одно значение, то 1 балл)	2 балла
Определение, что товар X ввозится и объем этого импорта (если не указано, что это импорт – 0 баллов)	1 балл
Определение, что товар Y вывозится и объем этого экспорта (если не указано, что это экспорт – 0 баллов)	1 балл
(б) всего 5 баллов	
Определение объемов производства X и Y в автаркии (если указано только одно значение, то 1 балл)	2 балла

Аргументированный вывод о том, что страна окажется именно в автаркии	3 балла
(в) всего 5 баллов	
Вычислить объемы производства: оба значения X и Y (если указано только одно значение, то 0 баллов)	1 балл
Вычислить объемы потребления: оба значения X и Y (если указано только одно значение, то 1 балл)	2 балла
Определение, что товар X ввозится и объем этого импорта (если не указано, что это импорт – 0 баллов)	1 балл
Определение, что товар Y вывозится и объем этого экспорта (если не указано, что это экспорт – 0 баллов)	1 балл
(г) всего 5 баллов	
Аргументированный вывод о том, что экспорт равен 17,5 тыс. тонн Y	2 балла
Определение величины импорта товара X	1 балл
Вычислить объемы производства: оба значения X и Y (если указано только одно значение, то 0 баллов)	1 балл
Вычислить объемы потребления: оба значения X и Y (если указано только одно значение, то 0 баллов)	1 балл

Задача 3. Налоговое бремя, неравенство и ВВП (20 баллов)

Население королевства Вудленд по уровню дохода делится на две группы – бедные и богатые, причем доходы всех богатых жителей Вудленда одинаковые, и каждый богатый богаче бедного в 16 раз. Все жители платят налоги в казну, шкала налогообложения пропорциональная, а коэффициент Джини, отражающий степень неравенства жителей королевства по величине располагаемого дохода, равен 0,6.

Министр экономики Вудленда решил, что для экономики полезнее снизить степень неравенства, и налоговая шкала была изменена следующим образом: бедные стали платить 10% своего дохода, а богатые – 35%.

(а) Каким образом могут быть связаны уровень неравенства и темпы экономического развития (рост ВВП): приведите два аргумента в пользу того, что снижение неравенства может способствовать развитию экономики и два аргумента против (большее количество аргументов оцениваться не будет).

(б) Определите, как изменится ВВП Вудленда в результате изменения шкалы налогообложения, если:

- соотношение доходов бедного и богатого жителя королевства осталось прежним, так же как и соотношение числа бедных и богатых жителей Вудленда,
- совокупные потребительские расходы всех жителей королевства (и бедных и богатых) описываются функцией $C = 0{,}8Yd$, где Yd – располагаемый доход,
- налоговые доходы бюджета описываются функцией $T = tY$, где t – доля ВВП Вудленда, изымаемая в казну в форме налога, Y – ВВП,
- до изменения шкалы налогообложения в казну изымалась четверть ВВП,
- доходы казны формируются только за счет подоходных налогов, а расходы осуществляются таким образом, чтобы бюджет Вудленда сводился с нулевым сальдо,

- инвестиционные расходы производителей товаров равны 500, производители освобождены от уплаты налогов,
- доходы от экспорта 100, а расходы на импортные товары составляют 10% ВВП Вудленда.

(в) Как изменилось налоговое бремя (отношение суммы уплачиваемых налогов к ВВП) в результате введения новой налоговой шкалы? Объясните, почему произошедшее изменение налогового бремени сказалось на величине ВВП таким образом.

Решение

1) Каждый аргумент «за» или «против» должен быть явно связан с ростом, то есть либо с инвестиционным процессом, либо с производительностью труда (инвестиции в человеческий капитал, либо стимулы к труду).

Аргументами в пользу положительного влияния *снижения* неравенства на экономическое развитие могут быть:

- Наиболее прозрачный канал связи между уровнем неравенства в доходах и экономическим ростом связан с социально-политической нестабильностью в условиях высокого неравенства. Высокая степень неравенства порождает зависть бедных к богатым, что является стимулом преступной деятельности. Возникающая нестабильность, ослабление защиты прав собственности увеличивает неопределенность и подрывает инвестиционный процесс. Снижение же неравенства через перераспределение может снизить зависть бедных к богатым, которая зачастую является стимулом преступной деятельности.
- Бедным слоям населения недоступны инвестиции в человеческий капитал (расходы на получение качественного образования, медицинского обслуживания), следовательно темпы экономического роста будут невелики. Снижение неравенства путем перераспределения, в особенности через систему государственного образования (и здравоохранения), увеличивает запас человеческого капитала в экономике и повышает темпы экономического роста.

Аргументами против могут быть:

- Зачастую инвестиции – как человеческий, так и в реальный капитал – становятся эффективными только при достаточно большой их сумме. Например, ряд экономистов считает, что наибольшая отдача происходит от среднего, а не начального образования, бизнес может быть наиболее продуктивным только в том случае, когда его размер превосходит некий пороговый уровень. Поэтому для того, чтобы инвестиционные проекты были эффективными, богатство было достаточно сконцентрировано. В противном случае величина совокупных инвестиций снижается.
- Если снижение неравенства происходит путем перераспределения, то ослабевают стимулы для инвестирования, так как сокращается отдача от вложений, и, в результате, замедляется экономической рост.
- Различия в доходах стимулируют работников и способствуют повышению производительности труда.
- Богатые сберегают больше, чем бедные, поэтому перераспределение доходов от богатых к бедным приведет к снижению совокупной нормы сбережения в экономике, и, значит, к снижению инвестиций.

2) Определим уровень ВВП Вудленда при «плоской» шкале налогообложения. Для этого воспользуемся основным макроэкономическим тождеством (одним из) для открытой экономики Y = C + G + I + Nx, где

C – потребительские расходы = $0.8 \cdot (Y - 0.25Y)$

G – расходы государства на закупку товаров и услуг = 0.25Y

I – инвестиционные расходы частного сектора = 500

NX – чистый экспорт = 100 – 0.1Y

$$Y = 0.8 \cdot (Y - 0.25Y) + 0.25Y + 500 + 100 - 0.1Y$$

Решая уравнение, находим величину ВВП: Y=2400.

Для определения величины ВВП после изменения шкалы налогообложения нужно найти среднюю налоговую ставку: $t_1 = \alpha \cdot 0.1 + (1 - \alpha) \cdot 0.35$, где α – доля доходов (до налогообложения) бедных в доходе (ВВП) общества (так как $t_1 = \frac{0.1 \cdot \alpha Y + 0.35 \cdot (1-\alpha) Y}{Y}$).

Найдем долю доходов бедных в доходе общества.

Поскольку первоначально шкала налога была пропорциональная, то она не влияла на распределение доходов. Тогда, если β – доля бедных жителей в общей численности населения, то коэффициент Джини считается как $\beta - \alpha$.

В то же время долю дохода всех бедных жителей в доходе общества можно определить как:

$$\alpha = \frac{\beta \cdot N \cdot X}{\beta \cdot N \cdot X + (1 - \beta) \cdot N \cdot 16X} = \frac{\beta}{16 - 15\beta}$$

где N – численность населения; X – доход одного бедного жителя.

Тогда коэффициент Джини

$$0.6 = \beta - \frac{\beta}{16 - 15\beta} = \frac{15\beta - 15\beta^2}{16 - 15\beta}$$

Решая уравнение, получаем, что $\beta = 0.8, \ \alpha = 0.2$

Тогда $t_1 = 0{,}2 \cdot 0.1 + (1 - 0{,}2) \cdot 0.35 = 0{,}3$

Теперь можем рассчитать новый ВВП

$$Y = 0.8 \cdot (Y - 0.3Y) + 0.3Y + 500 + 100 - 0.1Y \quad \rightarrow \quad Y = 2500$$

То есть ВВП увеличился на 100.

3) Снижение неравенства сопровождалось увеличением налогового бремени в экономике с 25 до 30%, что должно было тормозить развитие. Почему же увеличение налогового бремени привело к росту ВВП? В данном случае ответ заключается в том, что бюджетные расходы строго равны налоговым доходам, а инвестиции автономны (ни от чего не зависят, то есть эффект вытеснения частного сектора отсутствует). Поскольку налоговые доходы возросли, то и расходы бюджета тоже возросли. А положительное влияние изменения расходов бюджета (на закупку товаров и услуг) на ВВП сильнее, чем отрицательное влияние изменения располагаемого дохода (в результате роста налогового бремени), поскольку не все это изменение сказывается на потребительских расходах, часть его сказывается на сбережениях. Изменение же государственных расходов напрямую меняет (в данном случае увеличивает) совокупный спрос в экономике. Вместе с тем это не означает, что мы открыли секрет экономического процветания и при дальнейшем перераспределении налогового бремени в пользу богатых жителей, будет сохраняться тот же эффект, так как снижение неравенства может оказывать и негативное влияние на развитие экономики (см. п.1), то есть прежняя модель экономики, описанная в условии, перестанет работать.

Критерии оценивания:
1) Всего 8 баллов
Каждый аргумент «за» или «против» оценивается в 2 балла, если показана в явном виде его связь с экономическим ростом. Если такой связи нет, или она неверная, то 1 или 0 баллов;
2) Правильное определение доли бедных в общем доходе экономики 5 баллов. При арифметической ошибке 4 балла, если окончательный ответ не нарушил общую логику, и 1 балл, если нарушил.
Верная запись общего макроэкономического тождества для данной модели 1 балл
Верное определение ВВП до и после изменения шкалы налогообложения – по 1 баллу соответственно.
3) 4 балла за объяснение. Объяснение засчитывается только с опорой на модель, то есть что мультипликативный эффект от увеличения госрасходов больше, чем мультипликативный эффект от повышения налоговой ставки. Объяснение на основе п.1 не засчитывается.

Задача 4. Куклы и опилки (20 баллов)

Компания Папа Карло и К° (ПКиК°) производит и продает деревянных кукол. Месячный спрос на кукол описывается функцией $Q_K = 330 - P_K$, где Q_K – количество кукол в месяц, штук, P_K – цена одной куклы, золотых, а издержки производства компании – функцией $TC_K = 3Q_K^2$. Деревяные опилки и стружку, которые остаются от производства, компания продает всем желающим. Покупатели приходят к складу компании, где им отсыпают нужное количество древесных отходов в тару, которую они принесли с собой. Месячный спрос на отходы производства описывается функцией $Q_O = 60 - 2P_O$, где Q_O – количество древесных отходов, кг, P_O – цена одного килограмма древесных отходов, золотых.

(а) Какую максимальную прибыль может получить компания, если при производстве каждой куклы остается 1 кг древесных отходов?

(б) Бизнесмен Авоськин предлагает за небольшую плату брикетировать древесные отходы для ПКиК°. Древесные брикеты пользуются большим спросом, их будут покупать не только жители близлежащих домов, но и магазины, расположенные по всему городу и даже в округе, так что ПКиК° сможет увеличить продажу отходов в виде брикетов. Следует ли компании согласиться на предложение Авоськина, если на изготовление одного брикета уходит 1 кг древесных отходов, за каждый брикет Авоськин просит 3 золотых, покупатели готовы платить за один брикет столько же, сколько и за один килограмм отходов, но величина спроса на древесные отходы в форме брикетов возрастает в два раза при любой цене? Какую прибыль может получить компания, если отходы производства будут продаваться только в брикетах? Сколько кукол и сколько брикетов будет продавать компания?

Решение

1) Прибыль компании $\pi = P_K \cdot Q_K + P_O \cdot Q_O - TC_K$. Однако, нужно учесть, что:

- производство отходов не генерирует издержек, но их продажа создает дополнительных доход;

- спрос на отходы небольшой, поэтому максимум выручки от их продажи может достигаться при объемах продаж меньших, чем объем их производства, который равен объему производства и продаж кукол. Исходя из условия, максимум выручки при продаже отходов достигается при продаже 30 кг ($MR_O = 30 - Q_O = 0$ при $Q_O = 30$). То есть независимо от объема производства древесных отходов, продавать их более 30 кг не стоит.

Итак, нужно найти максимум прибыли компании $\pi = (330 - Q_K) \cdot Q_K + (30 - 0{,}5Q_O) \cdot Q_O - 3Q_K^2 \to max$, $Q_O = Q_K$, но отходы продавать в количестве $Q_O = Q_K$, если $Q_K \leq 30$ и $Q_O = 30$, если $Q_K > 30$.
Максимизация прибыли раздельно по каждой переменной дает $Q_K = 41{,}25 > 30 = Q_O$

$$Q_K = 41.25, P_K = 288.75 \text{ золотых}, Q_O = 30\text{кг}, P_O = 15 \text{ золотых}$$
$$\pi = 7256.25 \text{ золотых}$$

2) Теперь функция прибыли меняется: $\pi = P_K \cdot Q_K + P_O \cdot Q_O - TC_K - 3 \cdot Q_O$, где Q_O – количество брикетов, так как один брикет — это один кг опилок.
Нужно убедиться, что максимум прибыли от продажи брикетов достигается при $Q_O \geq Q_K$. Если он достигается при $Q_O < Q_K$, продавать и брикетировать все опилки нет смысла.
Новый спрос на отходы/брикеты $Q_O = 120 - 4P_O$, предельные издержки производства каждого брикета равны 3 золотых, максимум прибыли при продаже брикетов достигается при продаже 54 брикета ($MR_O = 30 - 0{,}5Q_O = 3 = MC_O$ при $Q_O = 54$)
Итак, нужно найти максимум прибыли компании $\pi = (330 - Q_K) \cdot Q_K + (30 - 0{,}25 \cdot Q_O) \cdot Q_O - 3Q_K^2 - 3 \cdot Q_O \to max$, но брикеты продавать в количестве $Q_O = Q_K$, если $Q_K \leq 54$ и $Q_O = 54$, если $Q_K > 54$. В данном случае:

$$MR_{K+O} = 330 - 2Q_K + 30 - 0{,}5 \cdot Q_K = 6Q_K + 3 = MC_{K+O}$$
$$Q_K = 42, P_K = 288 \text{ золотых}, Q_O = 42 \text{ брикета}, P_O = 19{,}5 \text{ золотых}$$
$$\pi = 288 \cdot 42 + 42 \cdot 19{,}5 - 3 \cdot 42^2 - 3 \cdot 42 = 7497 \text{ золотых}$$

Это больше, чем прибыль исходного варианта (без брикетирования), поэтому на предложение Авоськина следует согласиться.

Критерии оценивания

1. 10 баллов

Верная запись функции прибыли или условия равновесия	2 балла
Объем производства/продаж кукол	3 балла
Проверка $Q_K \leq 30$ (в любом виде). Если проверка не выполнена – ответы об объеме продаж отходов (их цене) и прибыли предприятия оцениваются 0 баллов	2 балла
Объем продаж отходов	1 балл
прибыль	2 балла

2. 10 баллов

Верная запись функции прибыли или условия равновесия	2 балла
Объем производства/продаж кукол	2 балла
Цена одной куклы (не обязательно рассчитывать, в этом случае за объем производства кукол ставится сразу 3 балла)	1 балл
Проверка $Q_K \leq 54$ (в любом виде). Если проверка не выполнена – ответы об объеме продаж отходов (их цене) и прибыли предприятия оцениваются 0 баллов	2 балла

Объем продаж отходов	1 балл
прибыль	1 балл
Вывод о целесообразности брикетирования	1 балл

Если спрос в п.2 определен неверно – за верный ход решения 4 балла.
Если в п.2 дан ответ $Q_K = 41.25$, то в целом пункт оценивается не выше, чем 1 баллом при верном выводе о целесообразности брикетирования, поскольку алгоритм оптимизации выполнен с грубой ошибкой.

Задача 5. Динамическая оптимизация для царя Кащея (20 баллов)

Бессмертный царь Кащей, чахнущий над златом, решил увеличить поступление денег в свои сундуки, открыв новое предприятие по выпуску шоколадных фигурок дракончиков. При открытии предприятия Кащей выделит из сундуков менеджерам предприятия достаточную сумму на закупку нового оборудования и на оплату других производственных расходов на первый год работы.

Срок службы оборудования – четыре года, по истечении которых оно рассыпается в прах. По истечении каждого года работы все имеющееся старое оборудование может быть продано по цене L и в начале каждого следующего года заменено на новое – оно приобретается по цене S. Цена продажи старого оборудования (в млн. золотых монет) задается формулой $L = 8 - 2k$, где k – возраст продаваемого оборудования в годах ($k = 1, 2, 3, 4$). Цена покупки нового оборудования (в млн. золотых монет) на ближайшие пять лет задается формулой $S = 10 + n$, где n – год покупки, $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

Если возраст оборудования составляет k лет ($k = 0, 1, 2, 3$), то годовой объем производства (в тыс. фигурок) вычисляется по формуле $Q = 250 - 5k - 5k^2$, а сумма средств, которая идет на оплату прочих производственных расходов, помимо расходов на оборудование, составляет $C = 10 + 0.5k + 0.5k^2$ млн. золотых монет. Эти средства также выделяются Кащеем в начале каждого года.

Цена дракончиков фиксирована – 100 золотых монет за фигурку и не меняется год от года. Все произведенные за год фигурки дракончиков полностью распродаются в этом же году.

По истечении каждого года работы менеджеры, получив от Кащея указание продавать оборудование или нет, сдают ему все деньги (золотые монеты), которые были получены как от продажи фигурок, так и от продажи подержанного оборудования (если оно, согласно указанию, было продано). Эту сумму царь складывает в сундук, после чего выделяет деньги на следующий год работы, то есть на закупку нового оборудования (если это необходимо) и на выплаты по другим статьям расходов.

Стратегию замены оборудования на ближайшие пять лет было поручено разработать Змею Горынычу. Первая голова Горыныча предложила менять оборудование только после того, как оно выработает весь свой ресурс, вторая голова – менять в начале каждого года, третья – самая умная – менять так, чтобы прирост суммы денег в сундуке за пять лет оказался максимальным. Однако, ни одна из предложенных стратегий не устроила Кащея: он считал, что прирост злата в сундуке должен быть максимально возможным каждый год. Поэтому царь Кащей решил, что он ежегодно сам будет определять, заменять оборудование или нет, следуя своей собственной стратегии.

а) На какую сумму может прирасти богатство Кащея за пять лет в соответствии со стратегиями каждой из трех голов? Когда следует заменять оборудование в соответствии со стратегией третьей головы Горыныча?

(б) Когда будет заменяться оборудование в соответствии со стратегией царя Кащея? Насколько больше или меньше денег получит Кащей за пять лет по сравнению со стратегией, предложенной третьей головой Горыныча?

Решение

Заметим, что в задаче важно, в какие моменты времени происходит приток и отток денег. Исходя из условия задачи, будет считать, что приток денег (выручка от продажи фигурок и выручка от продажи подержанного оборудования) происходит в конце года, а отток денег (на оплату производственных расходов и оплату покупки нового оборудования) из сундуков – в начале года.

Также отметим, что предприятие Кащея не закрывается по истечении пяти лет работы, а решение о продаже оборудования в конце пятого года зависит от стратегии замены оборудования.

Наконец, отметим, что задача дискретная (на это указывают приведенные в условии конкретные значения k и n), поэтому вся необходимая информация может быть представлена в табличном виде:

- стоимость нового оборудования

Год, *n*	Стоимость *S*, млн. руб.
1	11
2	12
3	13
4	14
5	15

- показатели, связанные с использованием оборудования

Возраст оборудования *k*, лет	Выручка *P* * *Q*, млн. золотых монет	Производственные расходы *C*, млн. золотых монет.	Цена продажи старого оборудования *L*, млн. золотых монет.
0	25	10	–
1	24	11	6
2	22	13	4
3	19	16	2
4	–	–	0

(а) Рассматриваем стратегии первой и второй голов с учетом имеющейся информации о поступлениях и расходах.

Стратегия первой головы – «выработать ресурс до конца»:

- первый год – купили новое оборудование, его возраст пока 0 лет, приток денег составит:

25 (выручка) – 10 (производственные расходы) – 11 (стоимость оборудования в году 1) = = 4 млн. золотых монет.

- второй год – оставляем старое, оно уже один год отработало, приток денег:

24 – 11 = 13 млн. золотых монет

- третий год – оставляем старое, оно уже два года отработало, приток денег:

22 – 13 = 9 млн. золотых монет

- четвертый год – оставляем старое, оно уже три года отработало приток денег:

19 – 16 = 3 млн. золотых монет

- пятый год – старое отработало 4 года и рассыпалось в прах, нужно покупать новое, приток денег составит:

25 – 10 – 15 (стоимость оборудования в году 5) = 0 млн. золотых монет.

Всего: 4+13+9+3+0=29 млн. золотых монет.

Удобно записать так:

ПР = (25+24+22+19+25) – (10+11+13+16+10) – (11+15) = 29

Заметим, что в соответствии с этой стратегией продавать оборудование в конце пятого года не нужно, так как оно не выработало свой ресурс.

Стратегия второй головы – «покупать новое каждый год», дополнительно получая деньги от продажи подержанного оборудования:

- первый год:

25 (выручка) – 10 (производственные расходы) –
– 11 (стоимость оборудования в году 1) +
+ 6 (продажа в конце года оборудования, отработавшего 1 год) =
= 10 млн. золотых монет.

- второй год:

25 – 10 – 12 (стоимость оборудования в году 2) + 6 = 9 млн. золотых монет.

- третий год:

25 – 10 – 13 (стоимость оборудования в году 3) + 6 = 8 млн. золотых монет.

- четвертый год:

25 – 10 – 14 (стоимость оборудования в году 4) + 6 = 7 млн. золотых монет.

- пятый год:

25 – 10 – 15 (стоимость оборудования в году 5) + 6 = 6 млн. золотых монет.

Всего: 10+9+8+7+6=40 млн. золотых монет.

Удобно записать так:

ПР = (25+25+25+25+25) – (10+10+10+10+10) – (11+12+13+14+15) + (6+6+6+6+6) = 40

Поскольку здесь требуется менять оборудование каждый год, то оно обязательно продается в конце пятого года.

По стратегии третьей головы (получить максимум прироста денег за пять лет) прирост денег зависит от того, как часто будет меняться оборудование и сколько оно проработает. При этом заметим, что от выбора – заменять оборудование в некотором году работы предприятия или нет – будут зависеть решения о замене (или сохранении) оборудования в последующие годы работы предприятия. Только решение в начале последнего года не будет влиять на последующие решения. Поэтому определение стратегии стоит начинать с последнего года (именно в этом и заключается принцип динамической оптимизации, называемый принципом Беллмана).

Наконец, заметим, что, максимизируя прирост денег за пять лет, умная третья голова однозначно решит в конце пятого года продать оборудование, если оно к этому сроку не рассыпалось. Таким образом, принимая решение о замене оборудования в конце 4-ого года, Горыныч будет ориентироваться на прирост денег за весь пятый год с учетом продажи оборудования в конце пятого года.

Ну и так как вычисляем прирост за пять лет, то не будем «разводить» момент продажи старого оборудования и момент покупки нового – на решении это не скажется, а рассуждения облегчит.

В конце 4 года (на начало пятого года) имеющееся оборудование отработало 1, 2, 3 или 4 года:

- если отработало 4 года, то дальше только заменять – покупать новое, прирост денег за пятый год с учетом последующей продажи в конце пятого года (за пятый год новое оборудование отработает один год, цена его продажи составит 6) составит:

  25 – 10 – 15 (стоимость оборудования в году 5) +

  + 6 (продажа отработавшего год оборудования) = **6 млн. золотых монет**.

  Нужно заменить (с суммарным приростом 6).
- если отработало 3 года, то можно оставить – прирост за пятый год составит:

  19–16+0 (в конце пятого его не продать) = **3 млн. золотых монет**

  можно заменить – прирост составит:

  2 (продажа в конце 4 года оборудования, отработавшего 3 года) +

  + 25 (выручка от нового оборудования) –

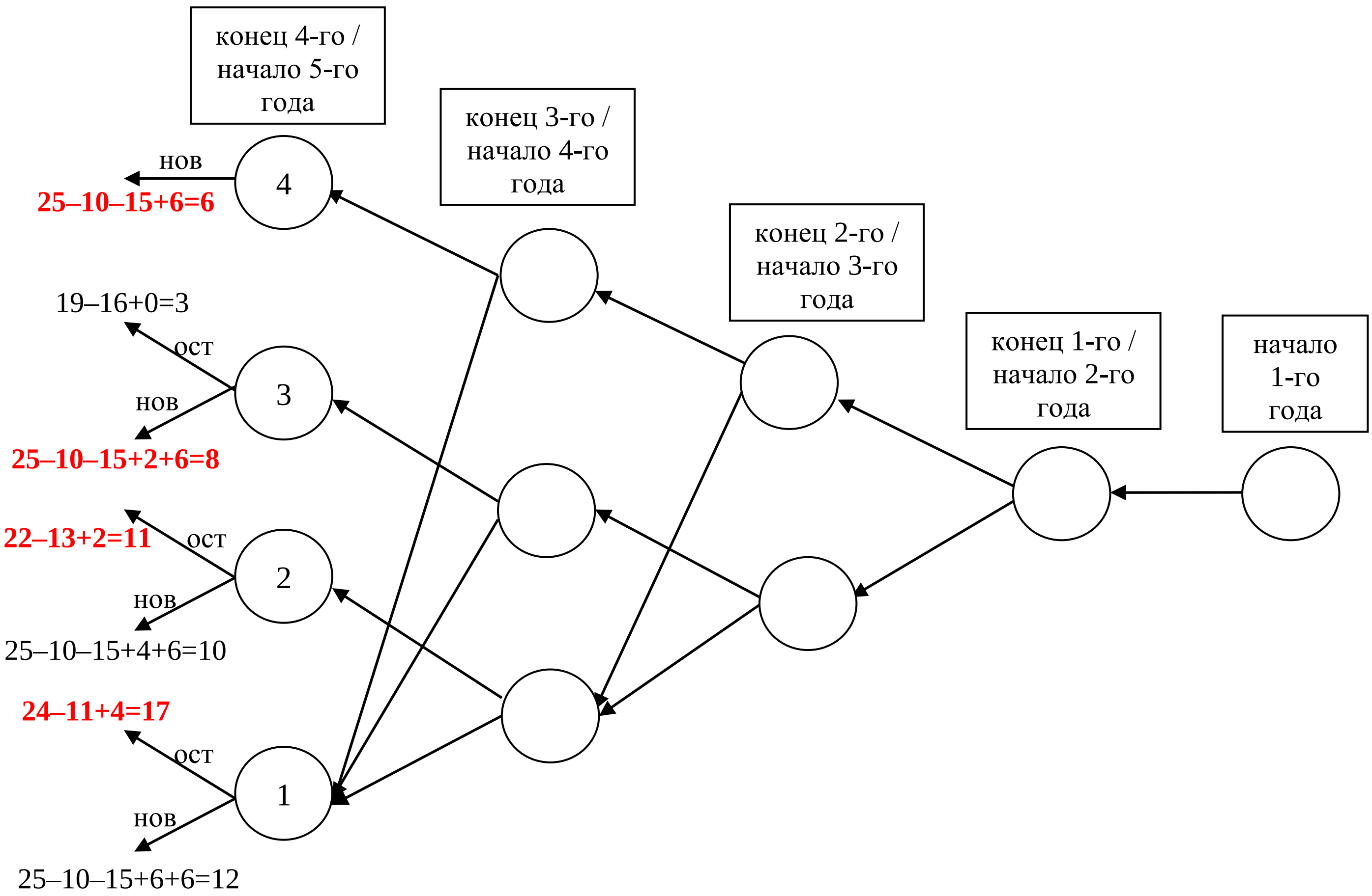
  – 10 (производственные расходы) –

  – 15 (стоимость нового оборудования в 5-ом году) +

  + 6 (продажа отработавшего год оборудования) = **8 млн. золотых монет**

  Выгодно заменить (с суммарным приростом 8).
- если отработало 2 года, то можно оставить (прирост 22–13+2=11), можно заменить (4+25–10–15+6=10). **Выгодно оставить (с суммарным приростом 11).**
- если отработало 1 год, то можно оставить (прирост 24–11+4=17), можно заменить (6+25–10–15+6=12). **Выгодно оставить (с суммарным приростом 17).**

Удобно все это представить следующей схемой (она не обязательна, но хорошо иллюстрирует все рассуждения – проведенные и последующие):



В конце 3 года (на начало четвертого года) имеющееся оборудование отработало 1, 2 или 3 года:

- если отработало 3 года, то можно оставить – прирост за четвертый и пятый годы составит:

  19–16 (прирост за 4 год) + 6 (прирост в пятом году для оборудования, отработавшего 3+1=4 года) = **9 млн. золотых монет**

  можно заменить – прирост составит:

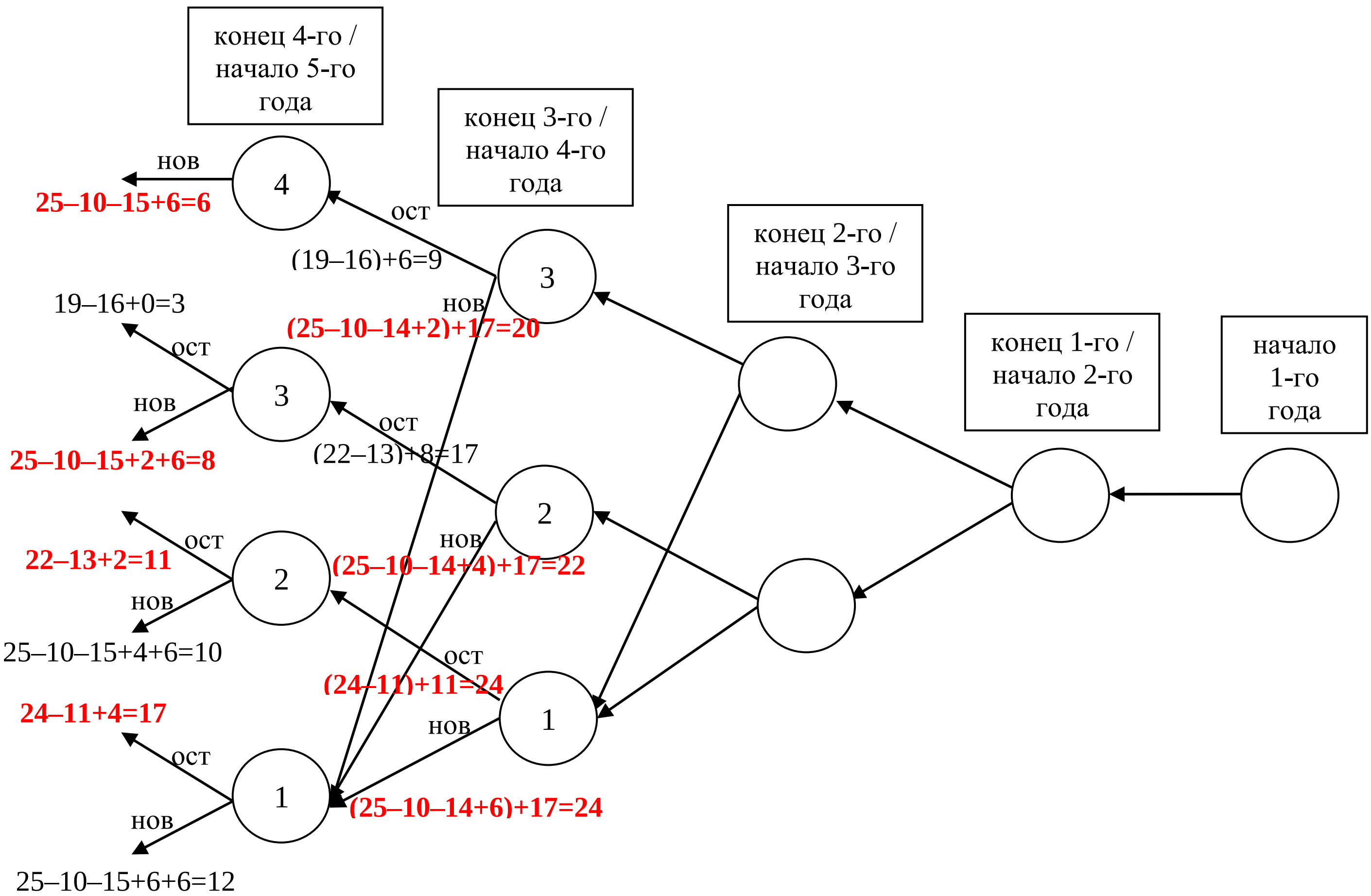
  2 (продажа в конце 3 года оборудования, отработавшего 3 года) +
  + 25 (выручка от нового оборудования) –
  – 10 (производственные расходы) –
  – 14 (стоимость нового оборудования в 4-ом году) +
  + 17 (прирост в пятом году для оборудования, отработавшего 1 год) = **20 млн. золотых монет**

  Выгодно заменить (с суммарным приростом 20).

- если отработало 2 года, то можно оставить (прирост 22–13+8 (отработало 3 года) = 17), можно заменить (4+25–10–14+17 (отработало 1 год) =22). **Выгодно заменить (с суммарным приростом 22).**

- если отработало 1 год, то можно оставить (прирост 24–11+11 (отработало 2 года) = 24), можно заменить (6+25–10–14+17 (отработало 1 год) =24). **Оба варианта подходят (с суммарным приростом 24).**

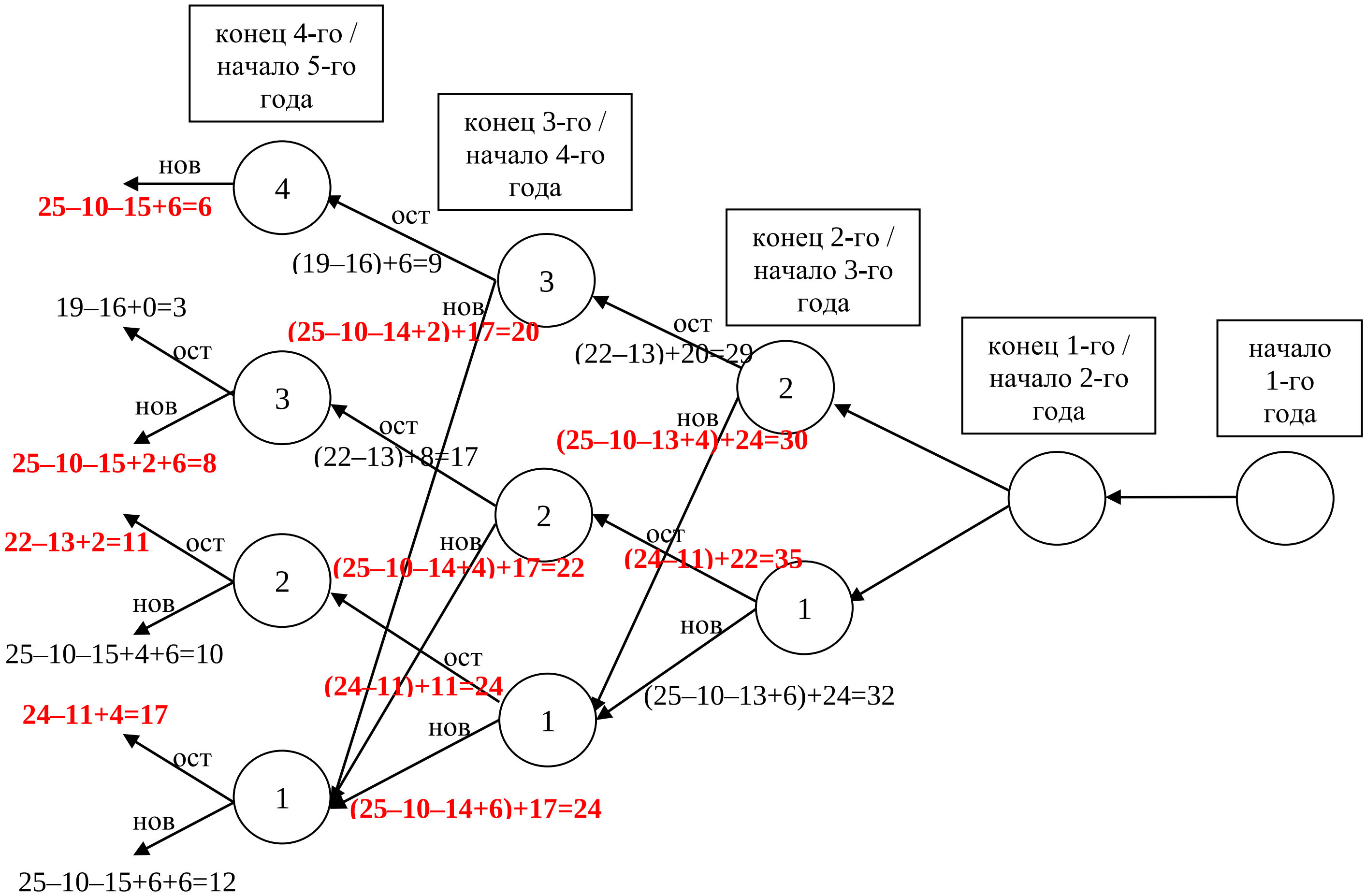
Продолжая схему:



В конце 2 года (на начало третьего года) имеющееся оборудование отработало 1 или 2 года:

- если отработало 2 года, то можно оставить (прирост 22–13+20 (отработало 3 года) = 29), можно заменить (4+25–10–13+24 (отработало 1 год) =30). **Выгодно заменить (с суммарным приростом 30).**
- если отработало 1 год, то можно оставить (прирост 24–11+22 (отработало 2 года) = 35), можно заменить (6+25–10–13+24 (отработало 1 год) = 32). **Выгодно оставить (с суммарным приростом 35).**

Продолжая схему:

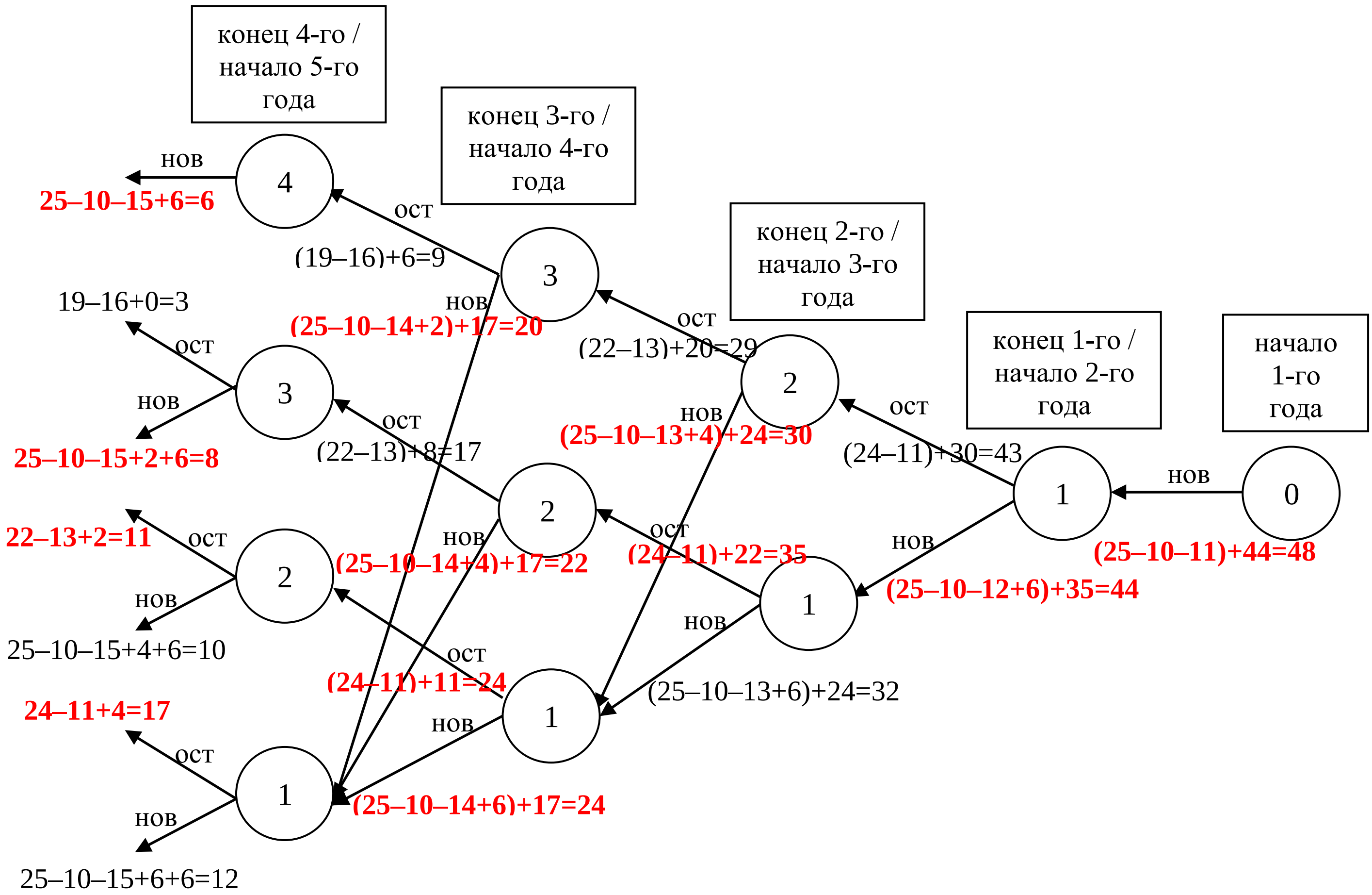


В конце 1 года (на начало второго года) имеющееся оборудование отработало 1 год:

- если отработало 1 год, то можно оставить (прирост 24–11+30 (отработало 2 года) = 43), можно заменить (6+25–10–12+35 (отработало 1 год) = 44). **Выгодно заменить (с суммарным приростом 44).**

Решение **в начале первого года** только – покупать новое оборудование, суммарный **прирост составит 25–10–11+44=48 млн. золотых монет.**

Схема:



Собственно стратегию восстанавливаем от последнего шага (первого года) к первому шагу (последнему году) и учитываем, каким максимумом мы пользовались, чтобы получить соответствующий оптимум:

- на начало первого года – покупать новое (по умолчанию) – использовали максимум от предыдущего шага 44;

- на начало второго года – заменить/купить новое (на этом решении достигнут оптимум 44, для него использован максимум 35);

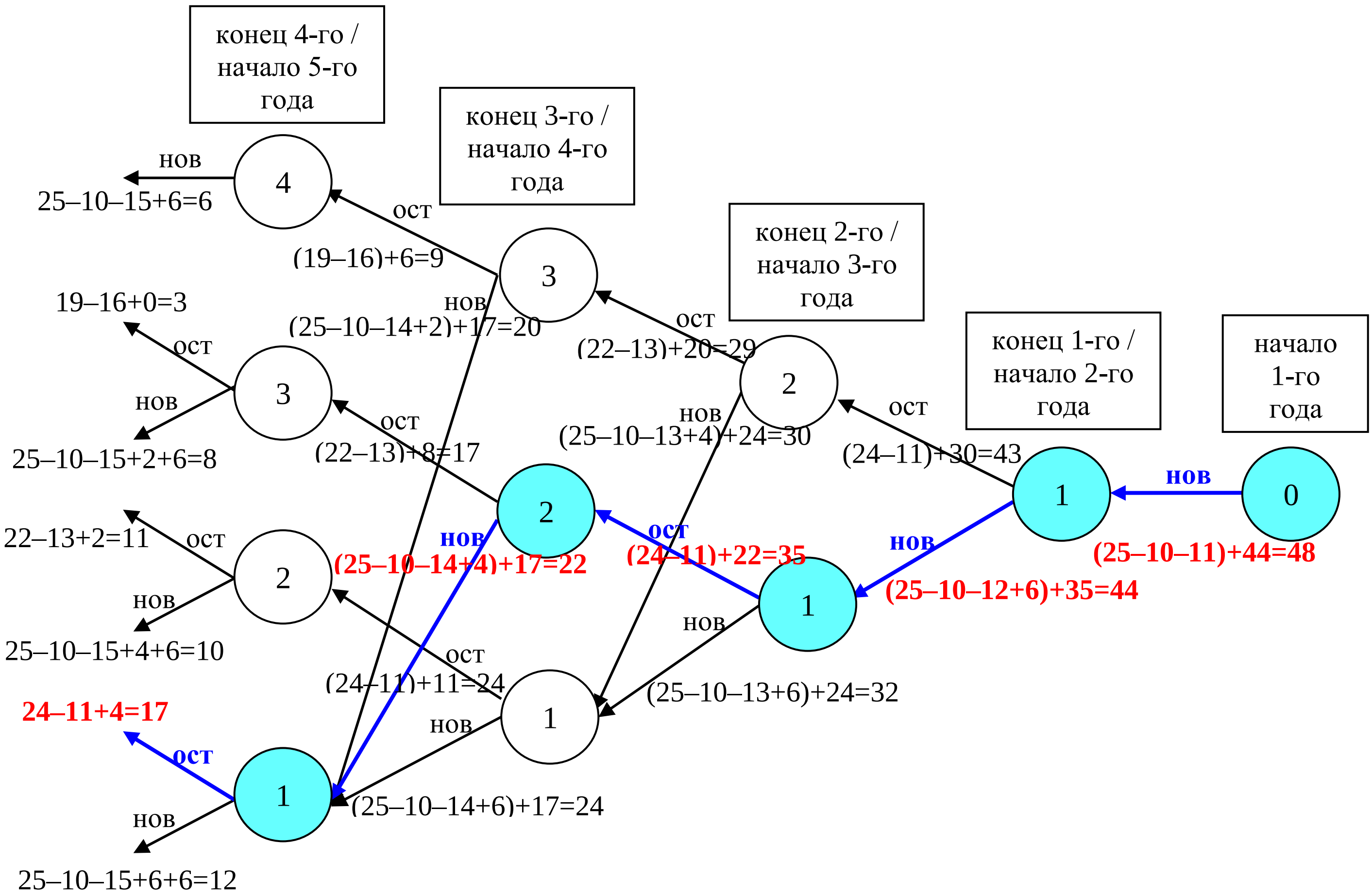
- на начало третьего года – оставить (на этом решении достигнут оптимум 35, использован максимум 22)

- на начало четвертого года – заменить/купить новое (на этом решении достигнут оптимум 22, использован максимум 17)

- на начало пятого года – оставить (на этом решении достигнут оптимум 17) на этот год, а по его окончании продать.

Стратегия «*использовать оборудование год* (*первый*)*, заменить его в начале второго года, использовать два года* (*второй и третий*)*, заменить в начале четвертого, использовать два года* (*четвертый и пятый*)».

На схеме восстановление этой стратегии – это выделение соответствующих узлов и ветвей от начала первого года до последнего:



(б) Царь Кощей, стараясь обеспечить максимальный ежегодный приток средств в сундуки и принимая решение ежегодно перед дачей указаний менеджерам, будет рассуждать следующим образом:

- по истечении первого года:

оборудование можно оставить (получу 25–10–11=4 млн. золотых монет)

ИЛИ продать (получу 25–10–11+6=10 млн. золотых монет).

Вывод – продать старое и купить новое в начале следующего года.

- по истечении второго года:

оборудование можно оставить (получу 25–10–12=3 млн. золотых монет)

ИЛИ продать (получу 25–10–12+6=9 млн. золотых монет).

Вывод – продать старое и купить новое в начале следующего года.

- по истечении третьего года:

оборудование можно оставить (получу 25–10–13=2 млн. золотых монет)

ИЛИ продать (получу 25–10–13+6=8 млн. золотых монет).

Вывод – продать старое и купить новое в начале следующего года.

- по истечении четвертого года:

оборудование можно оставить (получу 25–10–14=1 млн. золотых монет)

ИЛИ продать (получу 25–10–14+6=7 млн. золотых монет).

Вывод – продать старое и купить новое в начале следующего года.

- по истечении пятого года:

оборудование можно оставить (получу 25–10–15=0 млн. золотых монет)

ИЛИ продать (получу 25–10–15+6=6 млн. золотых монет).

Вывод – продать старое.

Общий прирост составил 10+9+8+7+6=40 млн. золотых монет.

Получаем, что Кащей невольно следовал стратегии второй головы Горыныча – менял оборудование каждый год, – и недополучил 8 млн. золотых монет.

Критерий	**Балл**
Арифметическая ошибка – минус 1 балл	
(а) всего 16 баллов	
Определить сумму по стратегии первой головы Горынычав	3 балла
Забыли, стоимость оборудования в начале года – минус 1 балл Если «взяли разность» тысяч монет и млн. монет – минус 1 балл ** Второй раз за эту ошибку не штрафуем Если продавали оборудование в 5-ый год, то только 1 балл Если считали Q и C при k = 4, то 0 баллов за стратегию!	
Определить сумму по стратегии второй головы Горыныча	3 балла
Если оборудование продано не 5 раз (оборудование продается в конце каждого года, а рассматриваемых лет – 5), а 4 (забыли учесть одну продажу в рассматриваемый период), то – минус 1 балл	
Определить сумму по стратегии третьей головы Горыныча	8 баллов
Если не учтено, что в конце пятого года все оборудование следует продать для достижения максимального прироста денег, но найдена верная в этом случае стратегия, то – 5 баллов Если решали перебором, то - неполный перебор и нет оптимальной (то есть можно подобрать стратегию, которая лучше и не указана в рассмотренных) – 0 баллов - неполный перебор, но в рассмотренных есть оптимальная стратегия – только 2 балла	
Записать стратегию третьей головы Горыныча, не противоречащую соответствующему решению	2 балла
(б) всего 4 балла	
Определение стратегии Кащея	3 балла
По стратегии оборудование продается каждый год (т.е. 5 раз). Если забыли учесть одну продажу, то 0 баллов за стратегию Если указана идея определения стратегии, не противоречащая условию задачи, то 1 балл	
Определение численного значения разности прироста денег по стратегии Кащея и стратегии третьей головы Горыныча	1 балл