

**XXVII Межрегиональный экономический фестиваль школьников
«Сибиряда. Шаг в мечту»**

Олимпиада по экономике для учащихся 10х классов 26.02.2020

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Продолжительность работы – 240 минут

Максимальное количество баллов за тур – 100

Каждая задача оценивается из 20 баллов

Задача 1. Лекарство для борьбы с коронавирусом (20 баллов)

В стране Болезнии в прошлом году было налажено производство очень необходимой всем живой и мертвой воды, предназначенной для борьбы с коронавирусом. Для ее изготовления используется уникальное сырье, которое является единственным лимитирующим ресурсом. Ежемесячно местные жители добывают 1800 кг этого сырья, и все оно идет в дальнейшую переработку на местном заводике. Для изготовления одной бутылки с живой водой требуется 8 кг, а для изготовления одной бутылки с мертвой водой нужно 2 кг этого уникального сырья. Полезные свойства воды проявляются лишь тогда, когда одновременно используются одна бутылка с живой и две бутылки с мертвой водой, поэтому сам лечебный препарат комплектуется соответствующим образом — так получается одна порция лекарственного препарата.

А) Определите, сколько бутылок с живой и мертвой водой целесообразно производить на местном заводике из сырья, добываемого жителями Болезнии, чтобы получить своими силами максимальное число порций лекарственного препарата. Сколько порций лекарственного препарата при этом может быть получено?

Б) В этом году в соседней стране Хворобии тоже наладили производство живой и мертвой воды. Теперь Хворобия и Болезния могут обмениваться живой и мертвой водой. При этом 1 бутылка с живой водой всегда можно обменять на 3 бутылки с мертвой водой, и наоборот (Хворобия согласна на обмен любого количества бутылок в такой пропорции). Определите, сколько какой воды теперь следует производить местному заводу в Болезнии, сколько какой воды целесообразно использовать для обмена с Хворобией, и какое максимальное количество порций лекарственного препарата можно получить.

В) В целях обеспечения национальной безопасности правительством Болезнии было принято решение осуществлять производство 60 порций лекарственного препарата исключительно силами местного заводика с использованием только отечественного сырья. Определите, сколько какой воды теперь должен производить местный заводик в Болезнии, сколько какой воды в новых условиях будет использоваться для обмена с Хворобией, и какое максимальное количество порций лекарственного препарата можно будет получить.

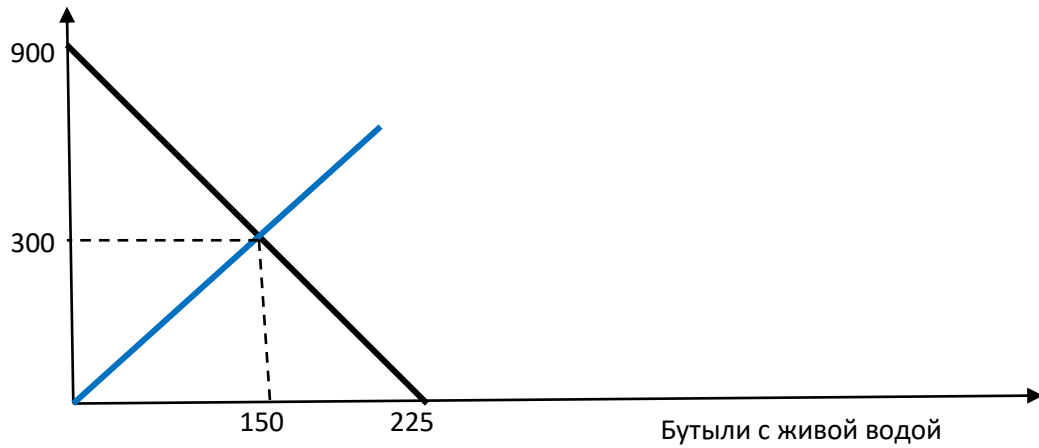
Решение:

А) Пусть X – это количество бутылок с живой водой, а Y – это количество бутылок с мертвой водой. Тогда можно записать ограничение, формирующее границу производственных возможностей заводика в Болезнии следующим образом: $8X+2Y=1800$, или $Y=900-4X$.

Комплектность лекарственного препарата, предназначенного для борьбы с коронавирусом, определяется уравнением $Y=2X$.

Из равенства $900-4X=2X$, находим, что $X=150$ бутылок с живой водой, а $Y=300$ бутылок с мертвой водой. Значит, количество комплектов с лечебным препаратом будет равно 150.

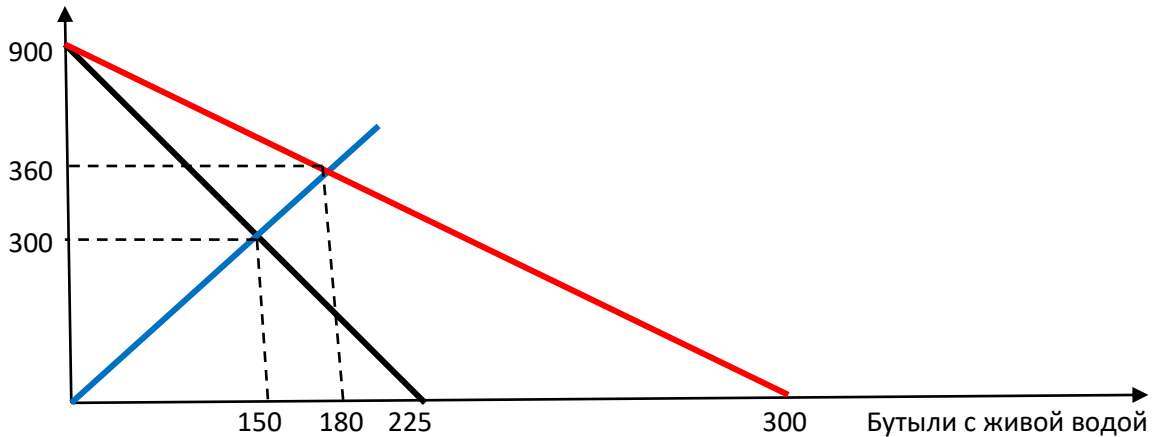
Бутыли с мертвой водой



Б) Если на заводике в Болезнии самим произвести 1 бутылку с живой водой, то придется на 4 бутылки сократить производство мертвой воды, т.е. 1 бутылку с живой водой в Болезнии «стоит» 4 бутылки с мертвой водой. Но можно получить ту же 1 бутылку с живой водой, отдав за нее всего 3 бутылки с мертвой водой, вступая в торговые отношения с Хворобией. Граница производственных возможностей превращается в границу торговых возможностей. На местном заводике в Болезнии становится выгодным осуществлять производство только бутылей с мертвой водой, а потом обменивать часть этих бутылей на бутылки с живой водой, изготовленных в Хворобии. Граница торговых возможностей в этом случае будет иметь вид $Y=900-3X$.

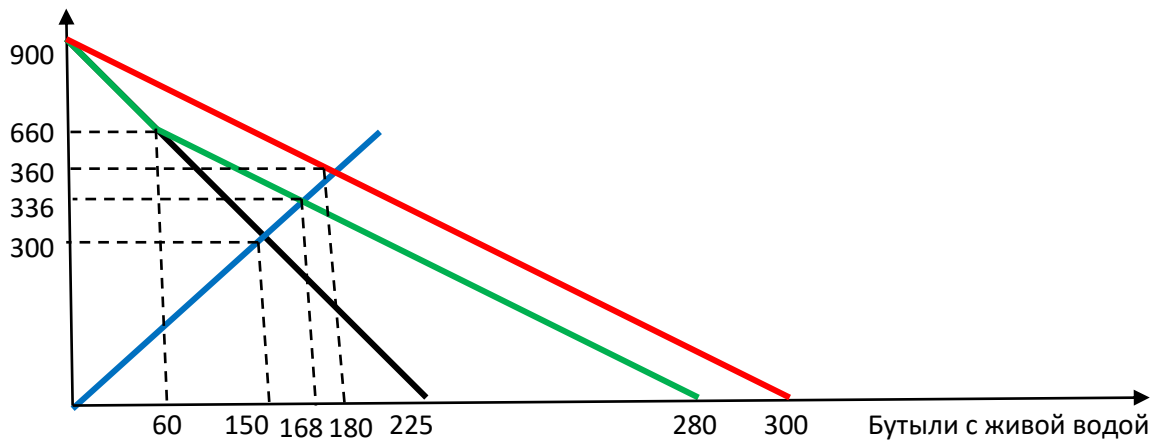
Из равенства $900-3X=2X$, находим, что $X=180$, столько бутылей с живой воды надо будет закупить в Хворобии, отдав за них $180*3=540$ бутылей с мертвой водой из 900 произведенных. В итоге для формирования комплектов останется $(900-540)=360$ бутылей с мертвой водой. Таким образом, Болезнии удастся получить 180 комплектов лекарственного препарата.

Бутыли с мертвой водой



В) Для получения 60 комплектов лекарственного препарата местному заводу в Болезнии требуется произвести 60 бутылей с живой водой, а это сократит производство мертвой воды на $(60*4)=240$ бутылей. Всего должно быть произведено $(900-240)=660$ бутылей с мертвой водой, которые частично будут обменены на бутылки с живой водой, поставляемые Хворобией. Новая линия торговых возможностей должна иметь такой же наклон, как и в случае Б), но проходить через точку с координатами (60, 660). Получаем, что при объемах производства живой воды, превышающих 60 бутылей, линия торговых возможностей теперь имеет вид $Y=840-3X$. Найдем количество комплектов, которое может быть сформировано в новых условиях. Из равенства $840-3X=2X$ получаем, что $X=168$ бутылей с живой водой (60 бутылей собственного производства и 108, полученные в результате обмена с Хворобией), и $Y=336$ бутылей с мертвой водой. Таким образом, в итоге будет получено 168 комплектов лекарственного препарата.

Бутыли с мертвой водой



Критерии:

Пункт	Содержание	Баллы
А	Сколько и каких бутылей следует произвести местному заводу в Болезнии.	2 балла
	Сколько получится комплектов.	2 балла
Б	Сколько и каких бутылей следует произвести местному заводу в Болезнии.	2 балла
	Сколько и каких бутылей следует обменять в сделке с Хворобией.	3 балла
	Сколько получится комплектов.	2 балла
В	Сколько и каких бутылей следует произвести местному заводу в Болезнии.	2 балла
	Сколько и каких бутылей следует обменять в сделке с Хворобией.	5 баллов
	Сколько получится комплектов.	2 балла

Задача 2. Гулливеры и лилипуты

(20 баллов)

В сказочной стране Гуллипутии живут богатые гулливеры и бедные лилипуты. Гулливеры всегда покупают вкуснейшие торты, которые лилипуты купить не могут, а лилипуты покупают только простые лепешки, которые гулливеры точно покупать никогда не будут. Желающих производить товары для богатых гулливеров в стране очень много, а вот желающих производить товары для лилипутов гораздо меньше, так как это не так выгодно. Чтобы поддержать производителей товаров для лилипутов, правительством Гуллипутии было принято решение о выделении субсидии всем производителям лепешек в размере 5 фунтиков за тонну (фунтик – это денежная единица в Гуллипутии). Но деньги на субсидирование не могут возникнуть из ниоткуда, поэтому решили взимать потоварный налог с производителей тортов, чтобы собрать необходимые средства для субсидирования.

Известно, что спрос и предложение на рынке лепешек описываются функциями: $Q_D = 100 - 0,5P$ и $Q_S = 25 + 2P$, а на рынке тортов функциями: $Q_D = 59,8 - P$ и $Q_S = 5P - 50$, где Q – количество тортов или лепешек соответственно, в тоннах, а P – цена тонны тортов или лепешек соответственно, в фунтиках.

Рассчитайте, какой должна быть ставка налога (t фунтиков за тонну) для производителей тортов, чтобы правительство смогло реализовать свои планы по сбору средств для субсидирования, но при этом интересы покупателей тортов пострадали бы в наименьшей степени.

Решение:

Найдем новое равновесие на рынке лепешек и рассчитаем размер субсидии, которую необходимо выделить производителям лепешек:

$$Q_s^{sub} = 25 + 2(P + 5)$$

$$Q_s^{sub} = Q_d$$

$$25 + 2(P + 5) = 100 - 0.5P$$

$$P_e = 26 \Rightarrow Q_e = 87 \Rightarrow S = 5 * 87 = 435 \text{ фунтиков.}$$

Значит, необходимо на рынке тортов собрать налогами сумму в 435 фунтиков.

$$T = t * Q_e$$

Посмотрим, как изменится равновесный объем на рынке тортов в зависимости от размера налоговой ставки:

$$\begin{aligned} Q_s^{tax} &= 5(P - t) - 50 \\ Q_s^{tax} &= Q_d \\ 5(P - t) - 50 &= 59.8 - P \\ P_e &= \frac{109.8 + 5t}{6} \Rightarrow Q_e = \frac{249 - 5t}{6} \end{aligned}$$

Исходя из того, что сумма налога, собираемая на рынке тортов, должна быть равна сумме субсидии, выделяемой производителям лепешек, получаем, что $T = t * Q_e = t * \frac{249 - 5t}{6} = 435 \text{ фунтиков.}$

Отсюда следует, что ставка налога может принимать два значения:

$$\begin{aligned} t_1 &= 15 \\ t_2 &= \frac{174}{5} = 34.8 \end{aligned}$$

Какую ставку из этих выберет правительство?

Оценив два возможных значения равновесного объема продаж на рынке тортов, получим, что:

$$Q_1 = \frac{249 - 5 * 15}{6} = 29, \text{ при } t=15;$$

$$Q_2 = \frac{249 - 5 * 34.8}{6} = 12.5, \text{ при } t=34.8.$$

А значит, ответом является ставка $t = 15$ фунтиков за тонну тортов, так как при этой ставке налога объем продаж тортов сократится в наименьшей степени.

Критерии:

Содержание	Баллы
Определение суммы субсидии.	6 баллов
Определение ставок налога.	10 баллов
Обоснование выбора ставки налога.	4 балла

Задача 3. Укрепление валюты и рост экономики (20 баллов)

В числе негативных последствий укрепления национальной валюты для экономики обычно называют рост импорта, снижение доходов от экспорта, а также возможное сокращение его физического объема. В результате может снизиться и объем внутреннего производства. Однако эмпирические исследования, проведенные во многих странах, приходят к выводу, что типичная величина ценовой эластичности спроса на импорт лежит в диапазоне от $-0,5$ до -1 , то есть спрос на импорт является неэластичным по цене. Объясните, как при таких значениях эластичности укрепление национальной валюты может увеличить внутреннее производство.

Решение:

В результате укрепления национальной валюты прибыль импортеров возрастает. Рост прибыли импортеров приводит к расширению импорта, то есть росту предложения импортных товаров. Для увеличения объема продаж необходимо снижение цены (это закон спроса). Но если спрос неэластичный, то снижение цены приводит к снижению выручки (при неэластичном спросе изменения цены и выручки сонаправлены), или, что то же самое, снижению совокупных расходов покупателей на данные товары. А раз так, то при неизменном доходе доля расходов на импортные товары сокращается, и у потребителей остается больше денег для покупки, например, товаров отечественного производства. Следовательно, возможно его увеличение.

Критерии:

Содержание	Баллы
Указание на связь “снижение цены + неэластичный спрос -> снижение выручки (то есть расходов покупателей на импорт)”	10 баллов
Указание на связь “сокращение расходов на импорт -> рост спроса на товары внутреннего производства -> его увеличение”	10 баллов

Задача 4. Сберегательный vs Накопительный (20 баллов)

У Гены Иванова есть небольшая сумма сбережений, и он раздумывает, как их выгоднее разместить на один год. Он может открыть вклад «Сберегательный» под 17,5% годовых, или счет «Накопительный», где начисление процентов происходит ежемесячно по следующей схеме: первые три месяца проценты начисляются исходя из 10% годовых, следующие три месяца – исходя из 15% годовых, следующие три месяца – из 20% годовых и последние три месяца – из 25% годовых. В течение года начисление процентов происходит по формуле простых процентов.

А) Какое решение вы посоветуете принять Гене? Объясните, почему.

Б) Объясните, чем банку может быть выгодна схема начисления процентов по счету «Накопительный».

В) Не зная ваших советов, 1 июня Гена открыл счет «Накопительный» и положил на него все свои сбережения 30000 руб. Операционист в банке объяснил ему, что этот счет можно пополнять. При пополнении счета на каждую вновь внесенную сумму проценты начисляются по исходной схеме заново, начиная с 10% годовых.

В прошлом году Гена оплатил свое обучение на курсах и в начале текущего года направил в налоговую инспекцию документы для получения налогового вычета по расходам на обучение*. В конце июля ему была возвращена сумма излишне уплаченного налога, и 1 августа он ее полностью внес на счет «Накопительный». 1 декабря на счете было уже 38618,75 руб. Определите, каковы были расходы Гены Иванова на оплату образования в прошлом году.

* В соответствии с Налоговым кодексом, налогоплательщик может уменьшить размер налогооблагаемой базы на сумму расходов на оплату образовательных услуг. Если в течение года подоходный налог исчислялся и взимался без учета уменьшения налогооблагаемой базы, то в следующем году по заявлению налогоплательщика можно вернуть излишне уплаченную сумму налога. Подоходный налог равен 13%.

Решение:

А) Если внести X руб. на счет «Накопительный», то за первые три месяца будет начислено $3 \cdot X \cdot \frac{0.1}{12}$ руб., за вторые три месяца $3 \cdot X \cdot \frac{0.15}{12}$ руб., за следующие три месяца $3 \cdot X \cdot \frac{0.2}{12}$ руб. и за последние три месяца $3 \cdot X \cdot \frac{0.25}{12}$ руб. Итого процентные начисления составят $3 \cdot X \cdot \frac{0.7}{12} = \frac{0.7}{4} X = 0,175X$ руб. По отношению к первоначальной сумме вложенных денег это 17,5%. Таким образом, предлагаемые два способа размещения сбережений равнозначны.

Б) Очевидная выгода банка состоит в том, что такая схема начисления процентов поощряет вкладчиков хранить деньги на счете в течение более длительного срока, а это значит, что банк может использовать деньги вкладчиков для выдачи кредитов не боясь, что вкладчики захотят снять свои деньги раньше того момента, когда процентная ставка достигнет максимума. Кроме того, более высокие ставки в последние два квартала могут показаться заманчивыми невнимательным вкладчикам (особенно, если банк в рекламных объявлениях указывает только эти самые высокие ставки: «Процент до 25% годовых!»), а значит количество вкладчиков и, соответственно, вкладов увеличится, т.е. банк получит в свое распоряжение большую сумму денежных средств.

В) Первоначально на счет была внесена сумма 30000 руб. С июня по ноябрь включительно на нее были начислены проценты $3 \cdot 30000 \cdot \frac{0.10}{12} + 3 \cdot 30000 \cdot \frac{0.15}{12} = 750 + 1125 = 1875$ руб. Если сумма возвращенного налога составила Y руб., то начисления процентов по ней за первые три месяца (август – октябрь) равны $3 \cdot Y \cdot \frac{0.1}{12} = Y \cdot \frac{0.1}{4}$, и еще в ноябре $Y \cdot \frac{0.15}{12}$.

Тогда итоговая сумма на счете 1 декабря сложилась следующим образом: $38618,75 = (30000 + 1875) + (Y + Y \cdot \frac{0,1}{4} + Y \cdot \frac{0,15}{12})$. Откуда находим, что $Y=6500$ руб.

Эта сумма составляет 13% от расходов на оплату образования. Следовательно, на обучение было израсходовано $6500/0,13=50000$ руб.

Критерии:

Пункт	Содержание	Баллы
А	Определение годовой доходности по вкладу с «лестничными процентами» и вывод об одинаковой доходности вкладов.	8 баллов
Б	Объяснение выгоды для банка использования счета «Накопительный».	2 балла
В	Определение начислений на первоначальную сумму в 30 тыс. руб.	3 балла
	Определение формулы для начислений на дополнительно внесенную сумму (или сразу все 6 баллов, если определяется формула всех начислений).	3 балла
	Расчет внесенной суммы.	2 балла
	Расчет суммы расходов на обучение.	2 балла

Задача 5. Сколько «эконо» заработали школьники? (20 баллов)

Четыре друга-школьника – Саша, Вова, Коля и Гена приехали на «Сибириаду».

О них известно следующее:

- 1) Все они учатся в разных классах: инженерном, математическом, химико-биологическом и экономическом.
- 2) Саша в игре «МЭКОМ» всегда обыгрывает Колю, но проигрывает Гене.
- 3) Саша бегаёт на лыжах лучше того школьника, который моложе его.
- 4) Саша заработал на «Сибириаде» в два раза больше «эконо», чем школьник, который старше Вовы.
- 5) Школьник из инженерного класса, который на «Сибириаде» заработал в два раза больше «эконо», чем школьник из экономического класса, не является ни самым юным, ни самым старшим из этой четверки.
- 6) Школьник из математического класса, который на лыжах бегаёт хуже, чем школьник из химико-биологического класса, как правило, в игре «МЭКОМ» проигрывает школьнику из экономического класса.
- 7) Самый старший из школьников лучше всех играет в «МЭКОМ» и заработал на «Сибириаде» на 50% больше «эконо», чем в сумме остальные три школьника.
- 8) Самый юный школьник на всех лыжных соревнованиях всегда обгоняет своих друзей.

Известно, что ни по одной позиции у ребят нет даже двух одинаковых результатов.

Ответьте на вопросы, делая пояснения, опираясь на какие суждения, вы сделали соответствующие выводы:

- А) кто из ребят самый старший;
- Б) в каком классе учится самый старший школьник;
- В) в каком классе учится самый юный школьник;
- Г) как зовут самого юного школьника;
- Д) сколько «эконо» у каждого из ребят, если известно, что все вместе они заработали 3500 «эконо»;
- Е) кто из ребят в каком классе учится.

Примечание. «Эконо» — это специальная денежная единица, используемая участниками «Сибириады». Количество «эконо» может быть только целым числом.

Решение:

Любая логическая задача требует структурирования исходной информации. Условия данной задачи можно отразить в следующей таблице.

Признаки	Имена школьников			
	Саша	Вова	Коля	Гена
Класс				

Места в игре «МЭКОМ» 1-2-3-4				
Места в лыжных соревнованиях 1-2-3-4				
Возраст 1(самый юный)-2-3- 4(самый старший)				
Количество заработанных «эконо»				

Далее в соответствии с условиями задачи можно начать заполнять таблицу.

Признаки	Имена школьников			
	Саша	Вова	Коля	Гена
Класс	<ul style="list-style-type: none"> ● инженерный ● математический ● химико-биолог. ● экономический 	<ul style="list-style-type: none"> ● инженерный ● математический ● химико-биолог. ● экономический 	<ul style="list-style-type: none"> ● инженерный ● математический ● химико-биолог. ● экономический 	<ul style="list-style-type: none"> ● инженерный ● математический ● химико-биолог. ● экономический
Места в игре «МЭКОМ» 1-2-3-4	2 -----или ----- 2 -----или ----- 3 -----или ----- 3		3 -----или ----- 4 -----или ----- 4 -----или ----- 4	1 -----или ----- 1 -----или ----- 1 -----или ----- 2
Места в лыжных соревнованиях 1-2-3-4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
Возраст 1(самый юный)-2-3- 4(самый старший)	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
Количество заработанных «эконо»				

Решение задачи удобнее всего выполнять, ориентируясь на последовательность заданных вопросов, так это фактически ведет к наиболее рациональному применению представленных в задаче суждений.

А) Сначала выясним, кто из ребят самый старший. Это можно определить, опираясь на утверждения 2, 4 и 7. Самый старший из ребят лучше всех играет в «МЭКОМ», при этом Саша и Коля играют хуже, чем Гена, значит ни Саша, ни Коля не могут быть самыми старшими. А так как есть школьник старше Вовы, то отсюда делаем вывод: **самый старший из ребят – Гена**. Можно также рассчитать, сколько «эконо» он заработал $(3500/2,5)*1,5=2100$ «эконо». Значит, остальные ребята в сумме заработали $(3500-2100)=1400$ «эконо».

Б) Теперь выясним, в каком классе учится Гена. Это можно сделать, сопоставляя утверждения 5, 6 и 7. Гена точно не учится в инженерном классе, так как там учится не самый старший школьник. Не может он учиться и в математическом классе, так как его обыграл бы в «МЭКОМ» школьник из экономического класса. Но и в экономическом классе он тоже учиться не может, так как этот школьник заработал «эконо» меньше, чем школьник из инженерного класса. А поскольку известно, что Гена, как самый старший школьник, заработал больше всех «эконо», то остается один вариант – **Гена учится в химико-биологическом классе**.

В) Далее определимся, в каком классе учится самый юный школьник. Опираемся на суждения 5 и 6. Он не учится в инженерном классе и не может учиться в математическом, так как школьник из математического класса не побеждает в лыжных соревнованиях, а нам известно, что самый юный школьник – лучший лыжник. Отсюда вывод – **самый юный школьник учится в экономическом классе.**

Г) Теперь выясним, как зовут самого юного школьника. В ответе опираемся на утверждения 3 и 4. Саша не самый юный, так как есть школьник моложе него. Значит, Саша не учится в экономическом классе. Остаются Вова и Коля. Проанализируем, кто заработал больше «эконо». Известно, что максимальная сумма у Гены, тогда у Саши меньше, но у него их больше, чем у школьника, который старше Вовы. Отсюда мы делаем вывод, что школьник, который старше Вовы – это Коля. Итак, **самым юным школьником может быть только Вова**, и он учится в экономическом классе.

Д) Осталось определиться, где учатся Саша и Коля. Сопоставляем утверждения 4 и 5. Теперь их можно переписать следующим образом: «Саша заработал в два раза больше «эконо», чем Коля» и «Школьник из инженерного класса заработал в два раза больше «эконо», чем Вова». *Если предположить, что Саша учится в инженерном классе, то это значит, что Коля и Вова заработали одинаковую сумму, но это противоречит условию: “ни по одной позиции у ребят нет даже двух одинаковых результатов”*). Значит, Саша не может учиться в инженерном классе. Остается один вариант – Саша учится в математическом классе, а в инженерном учится Коля. Теперь можно легко определить, сколько «эконо» заработал каждый из школьников: Саша заработал в два раза больше, чем Коля, Коля заработал в два раза больше, чем Вова, а втроем они заработали 1400 «эконо». Если обозначить за X , количество «эконо», которые заработал Вова, то получим, что у Коли – $2X$, а у Саши – $4X$. Решив уравнение $7X=1400$, находим, что у **Вовы – 200 «эконо», у Коли – 400 «эконо», а у Саши – 800 «эконо».**

Е) Ответив на все предыдущие вопросы мы получаем ответ на вопрос Е). **Саша учится в математическом классе, Вова – в экономическом, Коля – в инженерном, а Гена – в химико-биологическом.**

Для полноты картины приведем таблицу, в которой сведены результаты всех сопоставлений из условия задачи.

Признаки	Имена школьников			
	Саша	Вова	Коля	Гена
Класс	● математический	● экономический	● инженерный	● химико-биолог.
Места в игре «МЭКОМ» 1-2-3-4	3	2	4	1
Места в лыжных соревнованиях 1-2-3-4	3	1	4	2
Возраст 1(самый юный)- 2-3-4(самый старший)	3	1	2	4
Количество заработанных «эконо»	800	200	400	2100

Критерии:

Пункт	Содержание	Баллы
А	Определение, кто из ребят самый старший.	Если дан только ответ - 1 балл Если дан ответ с объяснением - 3 балла

Б	Определение, в каком классе учится самый старший школьник.	Если дан только ответ - 1 балл Если дан ответ с объяснением - 3 балла
В	Определение, в каком классе учится самый юный школьник.	Если дан только ответ - 1 балл Если дан ответ с объяснением - 3 балла
Г	Определение, как зовут самого юного школьника.	Если дан только ответ - 1 балл Если дан ответ с объяснением - 3 балла
Д	Определение, сколько «эконо» у каждого из ребят.	Если дан только ответ - 1 балл Если дан ответ с объяснением - 5 баллов
Е	Определение, кто в каком классе учится.	Если в предыдущих пунктах приведены ответы без пояснений, то - 1 балл Если в предыдущих пунктах приведены полные ответы, то - 3 балла