

**XXVII Межрегиональный экономический фестиваль школьников
«Сибиряда. Шаг в мечту»**

Олимпиада по экономике для учащихся 7-8х классов 26.02.2020

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Продолжительность работы – 240 минут

Максимальное количество баллов за тур – 100

Каждая задача оценивается из 20 баллов

Задача 1. Выпуск роботов на планете Шелезяка (20 баллов)

Планета Шелезяка населена только роботами. Несколько миллионов лет назад на планете существовали углеродные формы жизни, в том числе разумной. Экологический кризис лишил планету живого, однако полностью автоматизированные и роботизированные заводы продолжают работать, благо бывшее живое стало нефтью. Нефть – основной ресурс, который приводит в движение конвейеры. С них могут сходить два типа роботов: FEDOR и WALL-E. Искусственный разум направляет бесконечную череду сломанных роботов на переделку с целью, продиктованной логикой его создателей: сделать как можно больше новых роботов. Создание робота FEDOR требует 2 баррелей нефти, а WALL-E – 3 баррелей. Производительность нефтяных скважин – 600 баррелей в месяц.

А) Определите, сколько и каких роботов производится на планете Шелезяка за месяц.

Б) И роботы могут страдать от плохой экологии. При сжигании нефти выделяются оксиды серы и азота. Смешиваясь с влагой облаков, эти газы превращаются в кислоту и проливаются кислотными дождями. Роботы быстро приходят в негодность. Планете Шелезяка угрожает новый экологический кризис. Искусственный интеллект посчитал, что безопасный уровень выбросов вредных веществ составляет 400 кг в месяц, и скорректировал производственную программу. В расчет было принято, что выпуск робота FEDOR приводит к выбросам 5 кг загрязнений, а WALL-E – 2 кг загрязнений. Определите, каких роботов и в каком количестве теперь должны выпускать заводы планеты. Сделайте вывод, как повлияло ограничение по экологии на выпуск роботов. Оцените, как изменилось количество нефти, требуемое теперь для производства роботов.

Решение:

А) Пусть X – это количество изготавливаемых роботов FEDOR, а Y – это количество изготавливаемых роботов WALL-E.

Условие максимизации общего выпуска роботов: $(X+Y) \rightarrow \max$.

Ограничение по нефти может быть записано следующим образом: $2X+3Y \leq 600$.

Лучшим решением является выпуск только роботов модели FEDOR в количестве 300 штук. Пример пояснения: Если все 600 баррелей нефти использовать только на производство роботов WALL-E, то их можно произвести $600/3=200$ штук. Каждый раз, сокращая производство этих роботов на 2 штуки, мы высвобождаем $(2*3)=6$ баррелей нефти, которые можно использовать для производства роботов FEDOR в количестве $(6/2)=3$ штуки. И это приводит к росту общего количества роботов. Значит, следует вовсе отказаться от производства роботов WALL-E в пользу роботов FEDOR. Максимальное количество этих роботов, которое можно произвести, используя 600 баррелей нефти равно $600/2=300$ штук.

Б) Теперь экология требует введения дополнительного ограничения по выбросам загрязнений: $5X+2Y \leq 400$

В результате лучшим решением, с учетом всех имеющихся ограничений, является выпуск только роботов модели WALL-E в количестве 200 штук в месяц.

Вывод: Требование учета экологического фактора привело к сокращению количества выпускаемых роботов и изменению номенклатуры выпускаемой продукции - вместо роботов модели FEDOR теперь выпускаются роботы модели WALL-E.

Для производства 300 роботов FEDOR требовалось $(300 \cdot 2) = 600$ баррелей нефти, и для производства 200 роботов WALL-E тоже нужно $(200 \cdot 3) = 600$ баррелей нефти. Это значит, что корректировка программы не привела к изменению количества требуемой нефти.

Критерии:

Пункт	Содержание	Баллы
А	Определение вида и количества изготавливаемых роботов.	4 балла
	Пояснение к ответу.	4 балла
Б	Определение вида и количества изготавливаемых роботов.	4 балла
	Вывод о влиянии ограничения по экологии на производственную программу.	4 балла
	Вывод об отсутствии изменения количества требуемой нефти.	4 балла

Задача 2. Производительность труда (20 баллов)

Мастера Киса и Ося получили очень выгодный заказ на изготовление партии табуреток. Стоимость заказа – 500 тыс. рублей. Но заказчик пообещал заплатить больше, если удастся сократить время выполнения заказа – если время выполнения заказа будет сокращено на $A\%$, то плата за выполненный заказ будет увеличена на $A\%$.

Киса приобрел новый набор стамесок и сумел повысить свою производительность труда на 20%, Ося достал новый шуруповерт и сумел повысить свою производительность труда на 50%. В результате мастера сумели досрочно выполнить заказ (начинают и заканчивают работать они одновременно) и получили плату в размере 600 тыс. руб., которую поделили пропорционально количеству изготовленных табуреток.

Определите, какую сумму получил в итоге каждый из мастеров.

Решение:

Рассчитаем, насколько сократилось время выполнения заказа. Так как плата за выполненный заказ выросла на $(600/500) \cdot 100\% - 100\% = 20\%$, значит, мастерам удалось сократить время выполнения заказа на 20%.

Введем обозначения. Пусть X – исходная производительность труда Кисы, например количество табуреток в день, Y – исходная производительность труда Оси, тоже табуреток в день, а T – количество дней, которое изначально требовалось на выполнение заказа.

Тогда общее количество табуреток в заказе – это $T \cdot (X + Y)$.

После того, как работники повысили свою производительность труда и сократили время, затрачиваемое на выполнение заказа, это же самое количество табуреток может быть оценено таким образом: $0,8 \cdot T \cdot (1,2 \cdot X + 1,5 \cdot Y)$.

Получаем равенство $T \cdot (X + Y) = 0,8 \cdot T \cdot (1,2 \cdot X + 1,5 \cdot Y)$.

Отсюда находим, что $X = 5Y$, или $Y = 0,2X$, т.е. исходно производительность труда Кисы была в 5 раз больше производительности труда Оси.

Новая производительность труда Кисы $1,2 \cdot X$, а Оси $1,5 \cdot (0,2 \cdot X)$, т.е. теперь производительность труда Кисы в $(1,2/0,3) = 4$ раза больше производительности труда Оси, а значит, в такой пропорции они и будут делить деньги за выполненный заказ. В итоге Киса получит 80% общей суммы, т.е. 480 тыс. руб., а Ося 20%, т.е. 120 тыс. руб.

Критерии:

Содержание	Баллы
Определение процента сокращения времени на выполнение заказа.	1 балл
Вывод о соотношении производительности труда (исходной).	10 баллов

Вывод о соотношении производительности труда (новой).	5 баллов (или сразу 15 баллов)
Распределение денег за выполненный заказ.	4 балла

Задача 3. Торговля сокосодержащими напитками (20 баллов)

Предприниматель Рафик закупает сокосодержащие напитки, смешивает их, разливает в полулитровые бутылки, а потом продает оптом предпринимателю Артуру.

В прошлом месяце Рафик закупил два вида сокосодержащих напитков: напиток А с содержанием сока 40% и напиток В с содержанием сока 48%. Закупочная цена напитка А – 60 рублей за литр, а закупочная цена напитка В – 20 рублей за литр. Смешав эти напитки и разлив по бутылкам, он получил 200 бутылок нового напитка С, содержание сока в котором составило 42%.

Предприниматель Артур скупил всю партию бутылок с напитком С и реализовал ее в розницу с наценкой в 25%. Известно, что общая выручка Артура от продажи напитка С составила 10 тыс. рублей.

Определите:

- А) какой была оптовая цена одной бутылки с напитком С;
- Б) какую прибыль получил предприниматель Рафик;
- В) у кого из предпринимателей прибыль оказалась **меньше** и на сколько процентов.

Примечание. Предполагается, что другие виды расходов предпринимателей Рафика и Артура в расчет не принимаются, а также нет потерь закупаемого сырья и боя бутылок.

Решение:

А) Выручка Рафика от оптовой продажи сока С составила $(10000/1,25)=8000$ рублей. Значит оптовая цена одной бутылки с напитком С равна $(8000/200)=40$ рублей.

Б) Пусть X – количество закупленного Рафиком напитка А, в литрах, а Y – количество закупленного им напитка В, в литрах. Тогда можно записать систему уравнений:

$$X+Y=100$$

$$0,4X+0,48Y=0,42(X+Y)$$

Решив эту систему, находим, что $X=75$, а $Y=25$.

Тогда расходы Рафика на закупку сырья для производства напитка С составят: $75*60+25*20=5000$ рублей.

Отсюда находим, что прибыль Рафика оказалась равна $8000-5000=3000$ рублей.

В) Прибыль Артура составила $10000-8000=2000$ рублей. Разделив прибыль Артура на прибыль Рафика, получим: $2000/3000=0,66(6)$. А это значит, что прибыль Артура оказалась приблизительно на 33% меньше прибыли Рафика.

Критерии:

Пункт	Содержание	Баллы
А	Определение оптовой цены напитка С.	5 баллов
Б	Определение прибыли Рафика.	10 баллов
В	Определение соотношения прибылей предпринимателей.	5 баллов

Задача 4. Сберегательный vs Накопительный (20 баллов)

У Гены Иванова есть небольшая сумма сбережений, и он раздумывает, как их выгоднее разместить на один год. Он может открыть вклад «Сберегательный» под 17,5% годовых или счет «Накопительный», где начисление процентов происходит ежемесячно по следующей схеме: первые три месяца проценты начисляются исходя из 10% годовых, следующие три месяца – исходя из 15% годовых, следующие три месяца – из 20% годовых и последние три месяца – из 25% годовых. В течение года начисление процентов происходит по формуле простых процентов.

А) Какое решение вы посоветуете принять Гене? Объясните, почему.
 Б) Объясните, чем банку может быть выгодна схема начисления процентов по счету «Накопительный».

В) Не зная ваших советов, 1 июня Гена открыл счет «Накопительный» и положил на него все свои сбережения 30000 руб. Операционист в банке ему объяснил, что этот счет можно пополнять. При пополнении счета на каждую вновь внесенную сумму проценты начисляются по исходной схеме заново, начиная с 10% годовых. 1 августа Гена пополнил счет, а 1 декабря на счете было уже 38618,75 руб. Определите, какую сумму внес Гена на счет 1 августа.

Решение:

А) Если внести X руб. на счет «Накопительный», то за первые три месяца будет начислено $3 \cdot X \cdot \frac{0.1}{12}$ руб., за вторые три месяца $3 \cdot X \cdot \frac{0.15}{12}$ руб., за следующие три месяца $3 \cdot X \cdot \frac{0.2}{12}$ руб. и за последние три месяца $3 \cdot X \cdot \frac{0.25}{12}$ руб. Итого процентные начисления составят $3 \cdot X \cdot \frac{0.7}{12} = \frac{0.7}{4}X = 0,175X$ руб. По отношению к первоначальной сумме вложенных денег это 17,5%. Таким образом, предлагаемые два способа размещения сбережений равнозначны.

Б) Очевидная выгода банка состоит в том, что такая схема начисления процентов поощряет вкладчиков хранить деньги на счете в течение более длительного срока, а это значит, что банк может использовать деньги вкладчиков для выдачи кредитов не боясь, что вкладчики захотят снять свои деньги раньше того момента, когда процентная ставка достигнет максимума. Кроме того, более высокие ставки в последние два квартала могут показаться заманчивыми невнимательным вкладчикам (особенно, если банк в рекламных объявлениях указывает только эти самые высокие ставки: «Процент до 25% годовых!»), а значит количество вкладчиков и, соответственно, вкладов увеличится, т.е. банк получит в свое распоряжение большую сумму денежных средств.

В) Первоначально на счет была внесена сумма 30000 руб. С июня по ноябрь включительно на нее были начислены проценты $3 \cdot 30000 \cdot \frac{0.10}{12} + 3 \cdot 30000 \cdot \frac{0.15}{12} = 750 + 1125 = 1875$ руб. Если дополнительно внесенная сумма составила Y руб., то начисления процентов по ней за первые три месяца (август – октябрь) равны $3 \cdot Y \cdot \frac{0.1}{12} = Y \cdot \frac{0.1}{4}$, и еще в ноябре $Y \cdot \frac{0.15}{12}$.

Тогда итоговая сумма на счете 1 декабря сложилась следующим образом: $38618,75 = (30000 + 1875) + (Y + Y \cdot \frac{0.1}{4} + Y \cdot \frac{0.15}{12})$. Откуда находим, что $Y=6500$ руб.

Критерии:

Пункт	Содержание	Баллы
А	Определение годовой доходности по вкладу с “лестничными процентами” и вывод об одинаковой доходности вкладов.	8 баллов
Б	Объяснение выгоды для банка использования вклада “Накопительный”.	4 балла
В	Определение начислений на первоначальную сумму в 30 тыс. руб. Расчет дополнительно внесенной суммы.	4 балла 4 балла

Задача 5. Как получить миллиард (20 баллов)

Тони Старк – гений, миллиардер и филантроп. Он пригласил к себе Стива Роджерса и Наташу Романовф сказал: «Я очень богат и добр, и хотел бы поделиться с кем-то из вас своими деньгами. Всего я принес с собой 1 миллиард долларов и готов отдать его кому-то из вас, но сделаю я это в игровой форме: я посажу вас в разные комнаты, так чтобы вы не могли договориться, и каждому из вас по очереди буду предлагать деньги. Первое предложение я сделаю Стиву и предложу ему 1\$, а Наташе 0\$, если он согласится, то игра

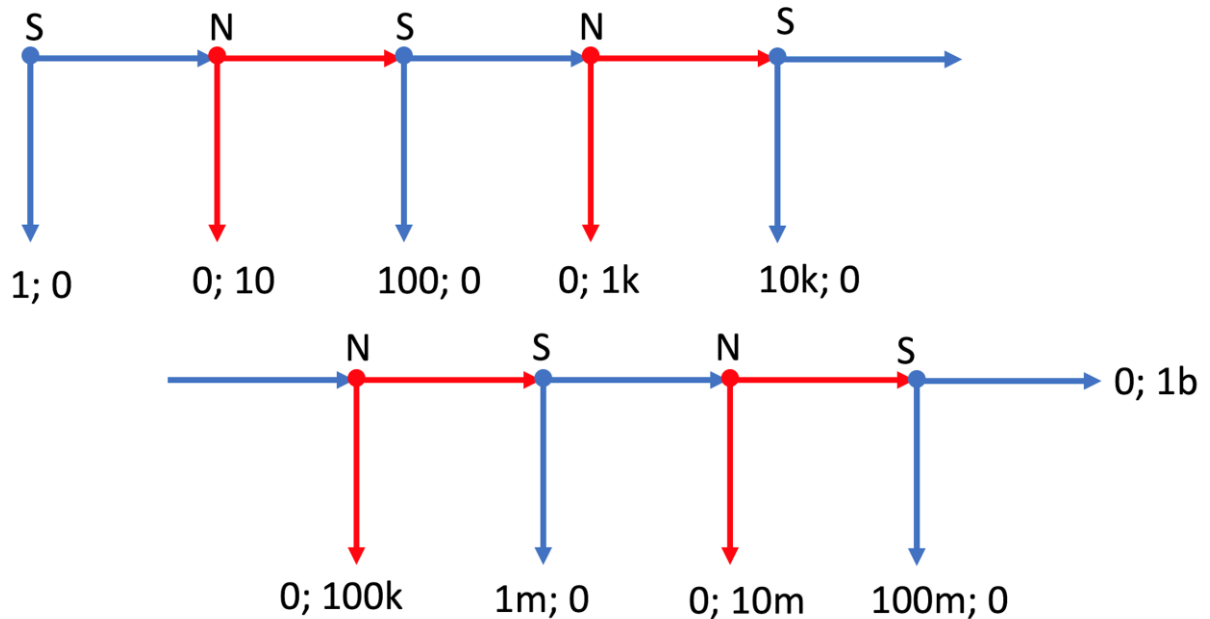
на этом закончится, если нет, то я пойду к Наташе и предложу ей 10\$, а Стиву 0\$, если она соглашается, то игра заканчивается, а если нет, то я опять иду к Стиву и предлагаю 100\$ ему и 0\$ Наташе и т.д.»

А) Кому и сколько денег достанется, если Стив и Наташа думают только о своей личной выгоде, при этом каждый из них об этом знает и старается предвидеть действия конкурента? Объясните свой ответ.

Б) Когда проводились реальные игровые эксперименты с похожими правилами, оказалось, что люди зачастую ведут себя в подобных ситуациях не так, как это можно от них ожидать, если следовать предположениям, описанным в вопросе А). Каковы на ваш взгляд могут быть причины такого несовпадения?

Решение:

А) Ситуацию последовательного выбора можно представить следующим образом:



Если игра дойдет до конца, то Стив не получит ничего, а значит, ему невыгодно отказываться от предложения (100 млн; 0). В то же время Наташа знает, что Стив примет предложение (100 млн; 0) и не допустит этого варианта, остановившись на варианте (0; 10 млн). Учитывая это, Стив также не станет отказываться от предложения (1 млн; 0) и т.д. В итоге Стиву, который получает первое предложение, то есть делает первый шаг в этой игре, выгодно принять самое первое предложение (1\$; 0\$).

Б) В реальной жизни (где эксперименты, конечно, проводятся на меньшие суммы) люди часто не заканчивают игру на первом же ходу. Это может происходить по следующим причинам:

- Суммы на первых ходах довольно маленькие, и пожертвовать ими может быть не страшно ради интереса к игре.
- Возможно, некоторые люди альтруистичны. Если известно, что альтруистов в обществе достаточно много, то проверить, играете ли вы против альтруиста, может быть оправдано риском потерять 1 доллар.
- Возможно, некоторые люди не просчитывают все возможные ходы в дальнейшей игре и иррационально надеются заработать денег. Если даже рациональный игрок

играет против иррационального и понимает это, ему может быть выгодно забрать деньги не на первом году, а позже.

- Игроки могут знать друг друга и иметь возможность договориться о последующем дележе крупной суммы.

Критерии:

Пункт	Содержание	Баллы
А	<ul style="list-style-type: none">• Корректное объяснение с правильным ответом — 10 баллов.• Утверждение, что Стив заберет 100 млн без дальнейших комментариев — 1 балл.• Утверждение, что Наташа, предвидев последний ход Стива, заберет 10 млн без дальнейших комментариев — 2 балла.• Более развернутое объяснение по методу обратной индукции, которое, тем не менее, заканчивается в промежуточной части цепочки (например, на том, что Стив заберет 10 тысяч) — 5 баллов.• Правильный ответ без объяснения — 1 балл.	10 баллов
Б	<ul style="list-style-type: none">• Полное объяснение любым способом — 10 баллов.• Указание на человеческие особенности (любовь к риску, альтруизм и т.п.), как правило, не оцениваются, если нет хорошего объяснения, почему это может привести рациональных агентов к шагам, отличающимся от равновесия пункта А).	10 баллов