

Задача 1.

В-1

В тарелке 28 яблок и груш. Среди любых 11 фруктов есть хотя бы одно яблоко, а среди любых 19 фруктов есть хотя бы одна груша. Сколько яблок и сколько груш в тарелке?

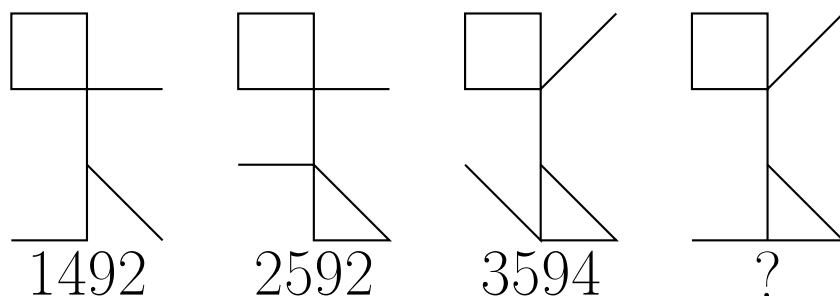
Ответ: 18 яблок, 10 груш.

Решение. Так как из 11 фруктов есть хотя бы одно яблоко, то груш не более 10. Из 19 фруктов есть хотя бы одна груша, значит, яблок не более 18. Всего 28 фруктов, поэтому груш 10, а яблок — 18.

Задача 2.

В-1

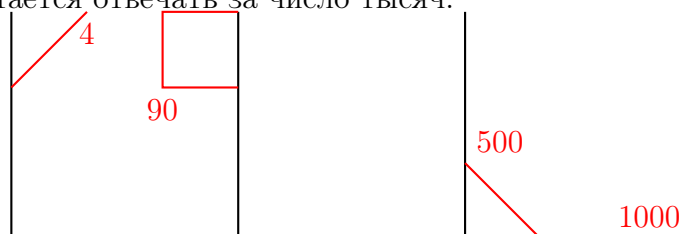
В одном средневековом монастыре пользовались такой системой записи чисел:



Какое число стоит на четвёртом месте? Ответ поясните.

Ответ: 1594

Решение. Ответвления сверху справа описывают число единиц, сверху слева — десятков, снизу справа — сотен, снизу слева — тысяч. Как это понять? Фигура «квадрат слева сверху» повторяется на всех рисунках. Что общего у всех известных подписей? Число 9 на втором месте. Значит, квадрату соответствует 90, а этот угол отвечает за число десятков. У первого и второго рисунка есть общее: горизонтальная черта сверху справа. У первого и второго числа из общего — двойка. Значит, правый верхний угол отвечает за единицы. Горизонтальная черта в этом углу обозначает двойку, а значит, оставшаяся косая — четвёрку, как мы видим по третьему числу. У второго и третьего рисунка из общего — треугольник справа снизу, у второго и третьего числа общее — 5, число сотен. Значит, правый нижний угол отвечает за сотни, аналогично разгадываем значения рисунков в правом нижнем углу. Остаётся левый нижний угол, которому остаётся отвечать за число тысяч.



Задача 3.

В-1 На уроке труда школьника попросили склеить подставку под горячее: это квадрат, составленный из 9 маленьких квадратиков разной окраски. На нижнюю сторону подставки клеится пробковый слой, чтобы не поцарапать столешницу. Соединить квадратики нужно так, чтобы квадратики одинакового цвета не имели общей стороны. Сколько разных вариантов подставок можно получить, имея 4 зелёных, 3 красных и 2 жёлтых квадратика? Подставки считаются разными, если их нельзя повернуть на столе так, чтобы расположение цветов совпало.

Ответ: 6

Решение. Для наглядности и чтобы постоянно не вспоминать, сколько каких цветов, будем обозначать квадратики не цветом и не буквой – сокращением цвета, а цифрой, показывающей, сколько таких квадратиков у нас есть. Прежде всего, варианты подставок могут отличаться центральным квадратиком: никаким поворотом другой квадратик в центр не загонишь. Рассмотрим отдельно три такие случая.

Случай «2 в центре». Согласно правилу разноцветных соседей, другая двойка может быть только в углу. Так как подставку разрешается поворачивать, будем считать, что вторая двойка в правом верхнем углу. Чтобы избежать одноцветных соседей, ещё один цвет, который окажется в одном из оставшихся углов, должен быть и во всех остальных углах, но никак не в боковом квадратике. Так как свободных углов осталось 3, а боковых квадратиков — 4, получаем единственный для этого случая вариант:

3	4	2
4	2	4
3	4	3

Случай «3 в центре». Две другие тройки могут быть только в углах, в соседних или противоположных. В обоих случаях двойки могут быть только в углах: иначе среди оставшихся для четвёрок квадратиков будут соседние. Получаем ещё два варианта:

3	4	3
4	3	4
2	4	2

3	4	2
4	3	4
2	4	3

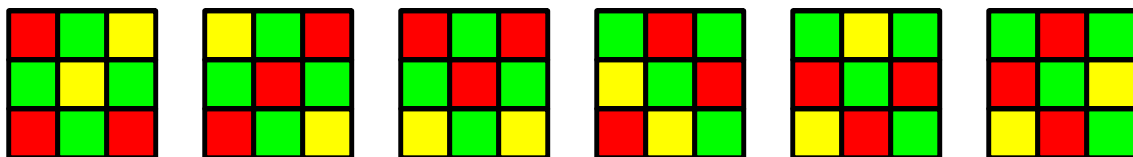
Случай «4 в центре». Остальные четвёрки могут быть только в углах. Поворотом можно добиться, чтобы свободным от четвёрок остался, скажем левый нижний угол. Если в этом углу тройка, то остальные тройки могут быть только в удалённых от этого угла боковых квадратиках. Если же в углу двойка, то другая двойка может быть в одном из удалённых боковых квадратиков. Последние варианты похожи, но поворотом их не совместить. Поэтому получаем ещё три варианта:

4	3	4
2	4	3
3	2	4

4	2	4
3	4	3
2	3	4

4	3	4
3	4	2
2	3	4

Итого получили 6 различных вариантов:



Задача 4.

В-1 Гагара вылетела из населённого пункта Уэлен на Чукотке 1 июля ровно в 3 часа утра по местному времени и прилетела в населённый пункт Уэйлс на Аляске 30 июня ровно в 10 часов утра по местному времени. Оттуда гагара вылетела 1 июля в 3 часа дня по местному времени и прилетела обратно в Уэлен 2 июля в 4 часа дня по местному времени. Определите длительность полёта гагары в одну сторону, если известно, что в обе стороны она летела с одной и той же постоянной скоростью одним и тем же кратчайшим маршрутом, который пересекает линию перемены дат.

Ответ: 4 часа.

Решение. Разница между местным временем прилёта в Уэйлс и местным временем вылета из Уэлена составляет (-17) часов, а разница между местным временем прилёта в Уэлен и местным временем вылета из Уэйлса составляет 25 часов. Эта разность в первом случае складывается из длительности полёта, разности часовых поясов и (-24) часов, «сэкономленных» за счёт линии перемены дат, а во втором случае — из длительности полёта, разности часовых поясов (в обратную сторону) и «лишних» 24 часов, добавившихся из-за перемены дат. Значит, если сложить эти две разности, то разности часовых поясов сократятся, а также сократятся «сэкономленные» и «лишние» 24 часа, и останется просто удвоенная длительность полёта. Значит, длительность полёта равна $(-17 + 25) : 2 = 4$ часа.

Задача 5.

В-1

Некто раздобыл вот такие часы. Чтоб от них был хоть какой-то прок, он отломал все стрелки, кроме часовой, и настроил ход механизма так, чтоб часовая стрелка действительно делала оборот за 11 (общепринятых) часов, как утверждает циферблат. Например, если в полночь они показывали 00:00, то за следующие сутки такие часы успеют сделать два полных оборота, и ещё пройти до двух.



Ночью с 28 февраля на 1 марта, в полночь, этот человек настроил часы на 00:00.

Какую долю времени в марте показания этих часов будут совпадать с показаниями нормальных?

Ответ: 11/124

Решение. За март часовая стрелка нормальных часов делает $31 \cdot 2 = 62$ оборота. Когда показания часов из условия правильные? В том случае, если они начали оборот одновременно с нормальными часами — после такого совпадения 11 часов подряд показания сломанных часов будут правильные. Сколько будет таких совпадений за месяц? Чтоб было такое совпадение, нужно, чтобы некоторое число 11-тичасовых циклов совпало по длительности с некоторым числом 12-тичасовых циклов. Иными словами, решаем уравнение $11 \cdot k = 12 \cdot m$ в целых числах, причём — m меняется от 0 до 61. 11 и 12 взаимно просты, поэтому ответы следующие:

$$(m = 0, k = 0 \text{ (это самый первый день)}); (m = 11, k = 12); (m = 22, k = 24);$$

$$(m = 33, k = 36); (m = 44, k = 48); (m = 55, k = 60).$$

Итого — 6 совпадений, поэтому правильными показаниями мы сможем наслаждаться $11 \cdot 6 = 66$ часов в месяц, а всего в марте $31 \cdot 24 = 744$ часа. Отсюда — ответ, равный

$$\frac{66}{744} = \frac{33}{372} = \frac{11}{124}.$$

Задача 6.

В-1

До XVIII века на Руси числа обозначались с помощью букв. Давайте перечислим те из них, которые дожили до наших дней:

$$\bar{a} = 1, \bar{b} = 2, \bar{r} = 3, \bar{d} = 4, \bar{e} = 5, \bar{i} = 8;$$

$$\bar{k} = 20, \bar{l} = 30, \bar{m} = 40, \bar{n} = 50, \bar{o} = 70, \bar{p} = 80, \bar{c} = 90;$$

$$\bar{p} = 100, \bar{c} = 200, \bar{t} = 300, \bar{y} = 400, \bar{f} = 500, \bar{x} = 600, \bar{q} = 900.$$

С помощью букв числа записываются так: например, $\overline{цла} = \bar{ц} + \bar{л} + \bar{а} = 900 + 30 + 1 = 931$. Или $\overline{мд} = 44$. Или $\overline{ра} = 101$.

Однако не каждый набор букв обозначает число. Буквы распределены по строкам — «единицы», «десятки» и «сотни». В числе может быть только по одной букве из каждой строки, и располагаться буквы должны по убыванию своих значений. Скажем, записи $\overline{да}$, $\overline{чух}$, $\overline{или}$, $\overline{ал}$, $\overline{oooo}$ запрещены.

Найдите хотя бы одно решение ребуса в современных буквах

$$(\overline{**} + \overline{*} \times \overline{***}) \times \overline{*} = \overline{*},$$

если: буквы не повторяются; умножения на единицу не происходит; в ответе ровно две гласных буквы.

Ответ: $(78 + 3 \times 124) \times 2 = 900$ (старомодно: $(\overline{ои} + \bar{r} \times \overline{ркд}) \times \bar{b} = \bar{ц}.$)
или $(58 + 2 \times 121) \times 3 = 900$ (старомодно: $(\overline{ни} + \bar{b} \times \overline{рка}) \times \bar{r} = \bar{ц}.)$

Решение. Сначала нужно понять отличие этой системы от десятичной — по количеству цифр в десятичной записи можно приблизительно определить величину числа. По количеству букв о величине числа судить сложнее. Скажем, число из одной цифры обязательно меньше десяти, а вот число из одной буквы вполне может быть и 5, и 50, и даже 500. Однако — в скобке находится число из трёх букв. Вот оно обязано содержать по букве из каждой строки (потому что иначе мы три буквы по правилам просто не наберём), и поэтому оно заведомо больше ста. Более того — это число на что-то умножается, и это, по условию, не умножение на единицу — значит, в скобках у нас число, большее чем 200. Скобку мы, в свою очередь, тоже на что-то умножаем, и не на единицу — значит, левая часть заведомо больше 400. Больше того, если вспомнить, что буквам запрещено повторяться, получим следующий вывод — число, большее ста, умножается на одно и на другое однозначное число. Самый «экономный» вариант для этой пары — это 2 и 3. То есть левая часть равенства как минимум больше 600.

И равно это всё правой части — числу из одной буквы. Какие есть варианты? Только один: 900 (ц). А другие однобуквенные числа — это 2 и 3, или 2 и 4, в каком-то порядке. Все другие варианты сразу дают слишком большие числа.

Сначала: 2 и 3. Итак, $(\overline{**} + 3 \times \overline{***}) \times 2 = 900$, вместе с ним другой вариант: $(\overline{**} + 2 \times \overline{***}) \times 3 = 900$. Сразу узнаём первую букву трёхзначного числа — это (р), то есть 100. Любая другая буква даст слишком большое произведение. $(\overline{**} + 3 \times \overline{р**}) \times 2 = 900$ вместе с $(\overline{**} + 2 \times \overline{р**}) \times 3 = 900$. Поделим: $\overline{**} + 3 \times \overline{р**} = 450$ вместе с $\overline{**} + 2 \times \overline{р**} = 300$. Вынесем наружу Р, сотню, это будет $\overline{**} + 300 + 3 \times \overline{**} = 450$ вместе с $\overline{**} + 200 + 2 \times \overline{**} = 300$. Ну то есть, наконец:

$$\overline{**} + 3 \times \overline{**} = 150,$$

$$\overline{**} + 2 \times \overline{**} = 100.$$

Второе слагаемое в каждом случае состоит из десятков и единиц (потому что оно отделено от трёхзначного числа), а вот первое, в принципе, не обязано состоять из десятков и единиц. Впрочем, очевидно, что вариант «сотни плюс десятки» слишком большой (больше 200). Так что оба числа — «десятки и единицы»

На роль последних цифр (букв) у нас остаются только 1,4,5,8 (ведь 2 и 3 уже заняты). Нужно выбрать цифры так, чтобы одна, плюс удвоенная (или утроенная) другая давали число, кратное 10. Вариантов три: $8 + 2 \cdot 1 = 10$, $8 + 3 \cdot 4 = 20$, $4 + 2 \cdot 8 = 20$.

Остаётся для каждого из случаев перебрать возможные буквы для десятков. В первом случае уже есть две гласные (А=1 и И=8), поэтому перебор десятков идёт среди согласных букв. Во втором случае гласная одна (И=8), поэтому среди десятков обязана быть буква О, единственная гласная из второго ряда. В третьем случае мы пока не набрали никаких гласных, поэтому обе гласных должны найтись среди десятков, но так как среди десятков гласная всего одна, О, ничего мы найти не сможем, третий вариант отбрасываем.

Перебор оставит нас с **двумя ответами**: $(78 + 3 \times 124) \times 2 = 900$ (старомодно: $(\overline{oi} + \overline{r} \times \overline{pka}) \times \overline{v} = \overline{p}$), или $(58 + 2 \times 121) \times 3 = 900$ (старомодно: $(\overline{ni} + \overline{v} \times \overline{pka}) \times \overline{r} = \overline{p}$).

Теперь вернёмся к случаю, когда однобуквенные числа равны 2 и 4. Там тоже первая буква трёхзначного числа равна Р, и, когда мы так же раскроем скобки, получатся такие варианты:

$$\overline{**} + 2 \times \overline{**} = 25, \quad \overline{**} + 4 \times \overline{**} = 50.$$

Оба этих варианта невозможны: буквы для десятков (20,30 и т.д.) слишком велики, чтобы дать такие маленькие суммы.

От участника настолько подробное решение не требуется: задание просит «найти» решения, без доказательства того, что остальных нет.

ЛОМОНОСОВ – 2022-23. МАТЕМАТИКА.

Критерии проверки. 5-6 класс

Задача № 1= 20 баллов	Плюсы-минусы	Балл
Ответ без решения.	$\pm$	15
Найдено одно правильное число.	$\mp$	5

Задача № 2 = 20 баллов	Плюсы-минусы	Балл
Правильный ответ без обоснования, или если ответ отличается от правильного на цифру.	$\pm$	15
Если ответ отличается от правильного не больше чем на две цифры.	$\mp$	5

Задача № 3= 20 баллов	Плюсы-минусы	Балл
За правильный ответ без доказательства; в решении присутствуют фигуры, совмещаемые поворотом с остальными.	$\pm$	15
Если найдено несколько правильных раскрасок, но не все.	$\mp$	5

Задача № 4 = 20 баллов	Плюсы-минусы	Балл
За арифметические ошибки в правильном решении, не меняющие его сути.	$\pm$	15
Не учтены часы, добавившиеся из-за перемены дат, но правильно найдена разница между временем прилёта в одну и другую сторону.	$\mp$	5

Задача № 5 = 20 баллов	Плюсы-минусы	Балл
Предложенная идея решения привела бы к правильному ответу, но есть арифметические ошибки, или неправильно найдено количество совпадений циклов в месяц.	$\pm$	15
За верные мысли в решении при неверно понятом условии.	$\mp$	10

Задача № 6 = 20 баллов	Плюсы-минусы	Балл
За подходящее решение ребуса, в котором одна гласная.	$\pm$	15
За подходящее решение ребуса, в котором повторяются буквы, или присутствует умножение на единицу.	$\mp$	10

Задача 1.

В-1

Некто раздобыл вот такие часы. Чтоб от них был хоть какой-то прок, он отломал все стрелки, кроме часовой, и настроил ход механизма так, чтоб часовая стрелка действительно делала оборот за 11 (общепринятых) часов, как утверждает циферблат. Например, если в полночь они показывали 00:00, то за следующие сутки такие часы успеют сделать два полных оборота, и ещё пройти до двух.



Ночью с 28 февраля на 1 марта, в полночь, этот человек настроил часы на 00:00.

Какую долю времени в марте показания этих часов будут совпадать с показаниями нормальных?

Ответ: 11/124

Решение. За март часовая стрелка нормальных часов делает $31 \cdot 2 = 62$ оборота. Когда показания часов из условия правильные? В том случае, если они начали оборот одновременно с нормальными часами — после такого совпадения 11 часов подряд показания сломанных часов будут правильные. Сколько будет таких совпадений за месяц? Чтоб было такое совпадение, нужно, чтобы некоторое число 11-тичасовых циклов совпало по длительности с некоторым числом 12-тичасовых циклов. Иными словами, решаем уравнение $11 \cdot k = 12 \cdot m$ в целых числах, причём — m меняется от 0 до 61. 11 и 12 взаимно просты, поэтому ответы следующие:

$$(m = 0, k = 0 \text{ (это самый первый день)}); (m = 11, k = 12); (m = 22, k = 24);$$

$$(m = 33, k = 36); (m = 44, k = 48); (m = 55, k = 60).$$

Итого — 6 совпадений, поэтому правильными показаниями мы сможем наслаждаться $11 \cdot 6 = 66$ часов в месяц, а всего в марте $31 \cdot 24 = 744$ часа. Отсюда — ответ, равный

$$\frac{66}{744} = \frac{33}{372} = \frac{11}{124}.$$

Задача 2.

В-1 Есть три одинаковых кубика, грани каждого из которых покрашены в одни и те же 6 цветов одинаковым образом (каждая грань – полностью в один цвет, разные грани одного кубика – в разные цвета, взаимное расположение цветов на гранях всех кубиков одинаково). Ангелина ставит эти кубики друг на друга и получает башню в форме прямоугольного параллелепипеда $1 \times 1 \times 3$ кубика. Сколько разных раскрасок может иметь получившаяся башня? Раскраски считаются одинаковыми, если получаются друг из друга поворотом всей башни вокруг вертикальной оси.

Ответ: 3456

Решение. Есть 6 способов выбрать цвет нижней грани нижнего кубика (этим однозначно определяется расположение цветов на его гранях с точностью до поворота вокруг вертикальной оси). При каждом таком выборе есть по 6 способов выбрать цвет нижней грани среднего кубика и затем по 4 способа повернуть его вокруг вертикальной оси относительно нижнего кубика; аналогично и для верхнего кубика. Итого $6 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 4 = 3456$ раскрасок.

Задача 3.

В-1 Найдите все пары целых чисел $(x; y)$, удовлетворяющих уравнению

$$x^2 - y^2 - 4x - 6y - 58 = 0.$$

Ответ: $(-25; -29), (-25; 23), (29; -29), (29; 23)$.

Решение. Выделим в левой части уравнения полные квадраты по x и по y :

$$x^2 - y^2 - 4x - 6y - 58 = x^2 - 4x + 4 - (y^2 + 6y + 9) - 4 + 9 - 58 = (x - 2)^2 - (y + 3)^2 - 53.$$

Таким образом, исходное уравнение равносильно уравнению $(x - 2)^2 - (y + 3)^2 = 53$, которое с помощью формулы разности квадратов можно переписать в виде $(x - y - 5)(x + y + 1) = 53$.

Число 53 — простое, поэтому в виде произведения двух целых чисел его можно представить только двумя способами: $53 = 1 \cdot 53 = (-1) \cdot (-53)$. Таким образом, возможны четыре случая:

$$\begin{cases} x - y - 5 = -1, \\ x + y + 1 = -53, \end{cases} \quad \begin{cases} x - y - 5 = -53, \\ x + y + 1 = -1, \end{cases} \quad \begin{cases} x - y - 5 = 53, \\ x + y + 1 = 1, \end{cases} \quad \begin{cases} x - y - 5 = 1, \\ x + y + 1 = 53. \end{cases}$$

Решая каждую из этих систем, получим соответствующие целочисленные решения:
 $(-25; -29), (-25; 23), (29; -29), (29; 23)$.

Задача 4.

В-1

В бескрайних калмыцких степях мама отправила маленькую дочку навестить бабушку. У девочки не было ни навигатора, ни компаса, а только часы, которыми она еще не умела пользоваться, но у которых был ежечасный звуковой сигнал. Зная обычную скорость их любимого верблюда, мама рассчитала маршрут для дочки. Отправляя ее в путь при звуковом сигнале часов в направлении, соответствующем положению солнца в этот момент, велела через час (по очередному сигналу часов) изменить направление движения в соответствии с новым положением солнца. Так в конце концов девочка и доехала бы до бабушки. Но, когда пришло время менять направление, девочка заметила далеко впереди юрту своей подружки, она продолжила движение, не меняя направления, доехала до подружки и проговорила с ней 21 минуту, пока не прозвучал следующий сигнал часов. Тогда она вспомнила наставление матери и продолжила путь в направлении, соответствующем новому положению солнца. Как ни странно, до бабушки она доехала. Сколько всего времени (в минутах) она на это потратила?

Ответ: 159

Решение.

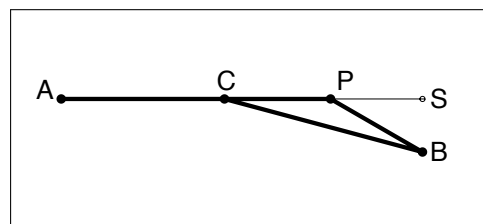
Пусть девочка выехала из точки A в направлении на солнце (S), должна была повернуть в точке C , а юрты подружки и бабушки находятся в точках P и B . Так как солнце за сутки совершает видимый оборот в 360° , то за час направление на солнце меняется на $360^\circ : 24 = 15^\circ$, а за два часа — на 30° , т. е. $\angle BCS = 15^\circ$, $\angle BPS = 30^\circ$.

Из свойства внешнего угла треугольника вытекает, что $\angle CBP = \angle BPS - \angle BCS = 15^\circ$, так что $\triangle CPB$ — равнобедренный и $BP = CP$.

Таким образом, чтобы добраться до бабушки, девочка затратила:

- 1) 1 час на путь AC до нужной точки поворота;
- 2) $60 - 21 = 39$ минут на путь CP до юрты подружки;
- 3) 21 минуту на беседу в точке P ;
- 4) 39 минут на путь PB до бабушки.

Итого, у нее ушло $60 + 39 + 21 + 39 = 159$ минут.



Задача 5.

В-1 На подвешенном в воздухе кубике Рубика, на центральном квадратике одной из его граней, сидит жучок. В какой-то момент он начинает движение по поверхности куба, передвигаясь за каждую секунду на соседний квадратик, т. е. на квадратик, имеющий общую сторону с текущим. Соседний квадратик для первого перемещения был выбран произвольно, а затем жучок следовал таким правилам:

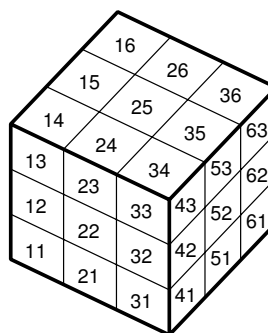
- 1) При 2-м, 4-м и других четных перемещениях жучок не менял направления своего движения, т. е. покидал квадратик через сторону, противоположную той, через которую он на этот квадратик попал;
- 2) При 3-м, 5-м и других нечетных перемещениях жучок поворачивал направо (относительно своего движения).

Завершил жучок свое движение через 2023 с после его начала. Через сколько секунд после начала движения жучок впервые оказался на том квадратике, на котором он в конце остановился?

Ответ: 2 с

Решение. Для отслеживания движения жучка будем использовать частичную развертку куба, покрывающую 3 грани. Каждый квадратик будем обозначать двузначным числом, 1-я и 2-я цифры которого являются соответствующими координатами центра квадратика на развертке (единица — ширина квадратика):

16	26	36			
15	25	35			
14	24	34			
13	23	33	43	53	63
12	22	32	42	52	62
11	21	31	41	51	61



Взяв в качестве отправного квадратик 22, а в качестве первого перемещения — $22 \rightarrow 23$, запишем маршрут за первые 29 с:

Время (с)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Квадратик	22	23	24	34	43	33	23	24	25	35	53	43	33	34	35
Время (с)	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Квадратик	53	52	42	32	33	34	43	42	32	22	23	24	34	43	33

Как видим, через 24 с жучок окажется в исходной точке, будет двигаться в том же направлении (на квадратик 23), причем четность 0 и 24 совпадают. Поэтому дальнейшее движение жучка будет периодически повторять движение первых 24 с. Так как $2023 \equiv 7 \pmod{24}$ (остаток от деления 2023 на 24 равен 7), то через 2023 с жучок окажется на том же квадратике, на котором он был через 7 с после начала движения, т. е. на квадратике 24. Как следует из таблицы, впервые на этом квадратике жучок оказался через 2 с после начала движения.

Задача 6.

В-1

До XVIII века на Руси числа обозначались с помощью букв. Давайте перечислим те из них, которые дожили до наших дней:

$$\bar{a} = 1, \bar{b} = 2, \bar{r} = 3, \bar{d} = 4, \bar{e} = 5, \bar{i} = 8;$$

$$\bar{k} = 20, \bar{l} = 30, \bar{m} = 40, \bar{n} = 50, \bar{o} = 70, \bar{p} = 80, \bar{c} = 90;$$

$$\bar{p} = 100, \bar{c} = 200, \bar{t} = 300, \bar{y} = 400, \bar{f} = 500, \bar{x} = 600, \bar{q} = 900.$$

С помощью букв числа записываются так: например, $\overline{цла} = \bar{ц} + \bar{л} + \bar{а} = 900 + 30 + 1 = 931$. Или $\overline{мд} = 44$. Или $\overline{ра} = 101$.

Однако не каждый набор букв обозначает число. Буквы распределены по строкам — «единицы», «десятки» и «сотни». В числе может быть только по одной букве из каждой строки, и располагаться буквы должны по убыванию своих значений. Скажем, записи $\overline{да}$, $\overline{чух}$, $\overline{или}$, $\overline{ал}$, $\overline{oooo}$ запрещены.

Найдите два решения ребуса в современных буквах

$$(\overline{**} + \overline{*} \times \overline{***}) \times \overline{*} = \overline{*},$$

если: буквы не повторяются; умножения на единицу не происходит; в ответе ровно две гласных буквы.

Ответ: $(78 + 3 \times 124) \times 2 = 900$ (старомодно: $(\overline{ои} + \bar{r} \times \overline{ркд}) \times \bar{b} = \bar{ц}.$)
и $(58 + 2 \times 121) \times 3 = 900$ (старомодно: $(\overline{ни} + \bar{b} \times \overline{рка}) \times \bar{r} = \bar{ц}.$)

Решение. Сначала нужно понять отличие этой системы от десятичной — по количеству цифр в десятичной записи можно приблизительно определить величину числа. По количеству букв о величине числа судить сложнее. Скажем, число из одной цифры обязательно меньше десяти, а вот число из одной буквы вполне может быть и 5, и 50, и даже 500. Однако — в скобке находится число из трёх букв. Вот оно обязано содержать по букве из каждой строки (потому что иначе мы три буквы по правилам просто не наберём), и поэтому оно заведомо больше ста. Более того — это число на что-то умножается, и это, по условию, не умножение на единицу — значит, в скобках у нас число, большее чем 200. Скобку мы, в свою очередь, тоже на что-то умножаем, и не на единицу — значит, левая часть заведомо больше 400. Больше того, если вспомнить, что буквам запрещено повторяться, получим следующий вывод — число, большее ста, умножается на одно и на другое однозначное число. Самый «экономный» вариант для этой пары — это 2 и 3. То есть левая часть равенства как минимум больше 600.

И равно это всё правой части — числу из одной буквы. Какие есть варианты? Только один: 900 (ц). А другие однобуквенные числа — это 2 и 3, или 2 и 4, в каком-то порядке. Все другие варианты сразу дают слишком большие числа.

Сначала: 2 и 3. Итак, $(\overline{**} + 3 \times \overline{***}) \times 2 = 900$, вместе с ним другой вариант: $(\overline{**} + 2 \times \overline{***}) \times 3 = 900$. Сразу узнаём первую букву трёхзначного числа — это (р), то есть 100. Любая другая буква даст слишком большое произведение. $(\overline{**} + 3 \times \overline{р**}) \times 2 = 900$ вместе с $(\overline{**} + 2 \times \overline{р**}) \times 3 = 900$. Поделим: $\overline{**} + 3 \times \overline{р**} = 450$ вместе с $\overline{**} + 2 \times \overline{р**} = 300$. Вынесем наружу Р, сотню, это будет $\overline{**} + 300 + 3 \times \overline{**} = 450$ вместе с $\overline{**} + 200 + 2 \times \overline{**} = 300$. Ну то есть, наконец:

$$\overline{**} + 3 \times \overline{**} = 150,$$

$$\overline{**} + 2 \times \overline{**} = 100.$$

Второе слагаемое в каждом случае состоит из десятков и единиц (потому что оно отделено от трёхзначного числа), а вот первое, в принципе, не обязано состоять из десятков и единиц. Впрочем, очевидно, что вариант «сотни плюс десятки» слишком большой (больше 200). Так что оба числа — «десятки и единицы»

На роль последних цифр (букв) у нас остаются только 1,4,5,8 (ведь 2 и 3 уже заняты). Нужно выбрать цифры так, чтобы одна, плюс удвоенная (или утроенная) другая давали число, кратное 10. Вариантов три: $8 + 2 \cdot 1 = 10$, $8 + 3 \cdot 4 = 20$, $4 + 2 \cdot 8 = 20$.

Остаётся для каждого из случаев перебрать возможные буквы для десятков. В первом случае уже есть две гласные (А=1 и И=8), поэтому перебор десятков идёт среди согласных букв. Во втором случае гласная одна (И=8), поэтому среди десятков обязана быть буква О, единственная гласная из второго ряда. В третьем случае мы пока не набрали никаких гласных, поэтому обе гласных должны найтись среди десятков, но так как среди десятков гласная всего одна, О, ничего мы найти не сможем, третий вариант отбрасываем.

Перебор оставит нас с **двумя ответами**: $(78 + 3 \times 124) \times 2 = 900$ (старомодно: $(\overline{oi} + \bar{r} \times \overline{p\kappa d}) \times \bar{v} = \bar{c}$), или $(58 + 2 \times 121) \times 3 = 900$ (старомодно: $(\overline{ni} + \bar{v} \times \overline{p\kappa a}) \times \bar{r} = \bar{c}$).

Теперь вернёмся к случаю, когда однобуквенные числа равны 2 и 4. Там тоже первая буква трёхзначного числа равна Р, и, когда мы так же раскроем скобки, получатся такие варианты:

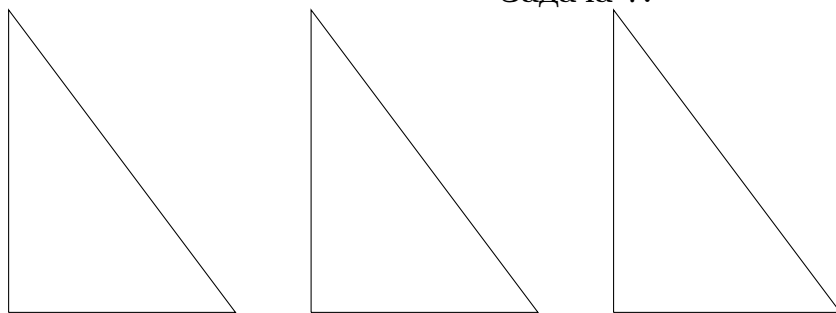
$$\overline{**} + 2 \times \overline{**} = 25, \quad \overline{**} + 4 \times \overline{**} = 50.$$

Оба этих варианта невозможны: буквы для десятков (20,30 и т.д.) слишком велики, чтобы дать такие маленькие суммы.

От участника настолько подробное решение не требуется: задание просит «найти» решения, без доказательства того, что остальных нет.

Задача 7.

В-1



На плоскости есть три одинаковых прямоугольных треугольника со сторонами 3, 4, 5. Они одинаково ориентированы, их можно двигать и вращать, но нельзя накладывать друг на друга (касаться сторонами можно) и нельзя класть обратной стороной вверх (то есть, как бы вы ни двигали треугольник, стороны 3 - 4 - 5 будут расположены по ходу часовой стрелки).

Посчитайте, сколько различных «жестких» фигур можно собрать, используя все эти треугольники. Фигура считается «жесткой», если у каждого её треугольника есть с каким-нибудь другим треугольником общая вершина и общий граничный отрезок с концом в этой вершине (необязательно целая сторона).

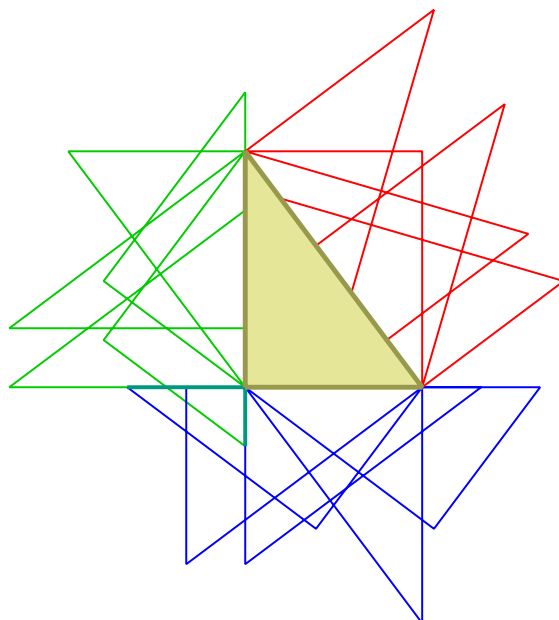
Ответ: 73

Решение. Треугольники могут крепиться друг к другу так: либо каждый прикреплен к каждому (получается этакое кольцо), либо же к одному из треугольников (назовём его центральным) «жестко» прикреплены два остальных (назовём их соседями). Рассмотрим сначала второй случай.

Берём один из треугольников, он будет выполнять роль центрального. «Жестко» прикрепить два других треугольника к одной и той же его стороне нельзя без существенного наложения треугольников (это было бы возможно, если бы одна из сторон была по крайней мере в 2 раза короче другой). Значит, для крепежа надо выбрать пару сторон центрального треугольника. Это можно сделать тремя способами (3,4 или 3,5 или 4,5). К каждой из выбранных сторон центрального треугольника другой треугольник можно «жестко» прикрепить 5 способами ($1+2+2$: 1 способ для крепления со стороной такой же длины, а для каждой из двух других сторон соседнего треугольника есть два способа, так как в этом случае есть выбор, какую из двух вершин делать общей). На рисунке разными цветами для разных сторон центрального треугольника показано по 5 способов крепления соседа.

Итак, есть 3 способа выбрать пару сторон центрального треугольника, а для каждой из выбранных сторон — по 5 способов прикрепить соседа. Всего получается $3 \times 5 \times 5 = 75$ способов.

Осталось выбросить те из них, у которых имеется существенное наложение треугольников. Из рисунка видно, что отбраковываются 2 способа, в каждом из которых участвует зелёный сосед, крепящийся гипотенузой к длинному катету центрального треугольника с самым острым углом при общей вершине. Он накладывается на синего соседа, крепящегося гипотенузой к короткому катету с не самым острым углом при общей вершине, а также на синего соседа, крепящегося своим длинным катетом к короткому катету центрального треугольника с разными острыми углами при общей вершине. Таким образом, для случая «центр и два со-



седа» имеется $75 - 2 = 73$ способа составить «жесткую» фигуру.

Что касается «кольцевого» случая, то из того же рисунка видно, что он невозможен: хотя и есть варианты, когда каждая пара составляющих фигуру треугольников имеет общий граничный отрезок, одной из таких пар (зелёно-синей) не хватает общей вершины.

ЛОМОНОСОВ – 2022-23. МАТЕМАТИКА.

Критерии проверки. 7-8 класс

Задача № 1= 15 баллов	Плюсы-минусы	Балл
Предложенная идея решения привела бы к правильному ответу, но есть арифметические ошибки, или неправильно найдено количество совпадений циклов в месяц.	±	5

Задача № 2 = 15 баллов	Плюсы-минусы	Балл
Не учтены возможные совпадения способов раскраски при поворотах.	±	5

Задача № 3= 15 баллов	Плюсы-минусы	Балл
За арифметические ошибки в верном решении.	±	10
За хотя бы одну правильно найденную пару.	±	5

Задача № 4 = 15 баллов	Плюсы-минусы	Балл
Правильная идея об изменении направления на Солнце в течение часа, с незначительными геометрическими или арифметическими ошибками в решении, или же в решении не учтено время беседы	±	10
Правильная идея об изменении направления на Солнце в течение часа, не доведённая до конца, или доведённая с ошибками.	±	5

Задача № 5 = 15 баллов	Плюсы-минусы	Балл
За правильное решение, в котором допущены арифметические ошибки; за мелкие ошибки в правильном решении (например, при отслеживании маршрута на каком-то шаге перепутано направление).	±	10
За вычисление периода и неправильный вывод, что для вычисления первого попадания нужно выбрать $2023 \pmod T$.	±	5

Задача № 6 = 15 баллов	Плюсы-минусы	Балл
За одно правильное решение вместо двух.	±	10
За решения, в которых не учтено ограничение на количество гласных	±	5

Задача № 7 = 15 баллов	Плюсы-минусы	Балл
За решение, которое привело к ответу 75 (то есть решение верное, но упущены два исключения, когда треугольники (синий и зелёный) накладываются)	$\pm$	10
За правильно разобранный случай двух треугольников.	$\mp$	5

Задача 1.

В-1

В бескрайних калмыцких степях мама отправила маленькую дочку навестить бабушку. У девочки не было ни навигатора, ни компаса, а только часы, которыми она еще не умела пользоваться, но у которых был ежечасный звуковой сигнал. Зная обычную скорость их любимого верблюда, мама рассчитала маршрут для дочки. Отправляя ее в путь при звуковом сигнале часов в направлении, соответствующем положению солнца в этот момент, велела через час (по очередному сигналу часов) изменить направление движения в соответствии с новым положением солнца. Так в конце концов девочка и доехала бы до бабушки. Но, когда пришло время менять направление, девочка заметила далеко впереди юрту своей подружки, она продолжила движение, не меняя направления, доехала до подружки и проговорила с ней 21 минуту, пока не прозвучал следующий сигнал часов. Тогда она вспомнила наставление матери и продолжила путь в направлении, соответствующем новому положению солнца. Как ни странно, до бабушки она доехала. Сколько всего времени (в минутах) она на это потратила?

Ответ: 159

Решение.

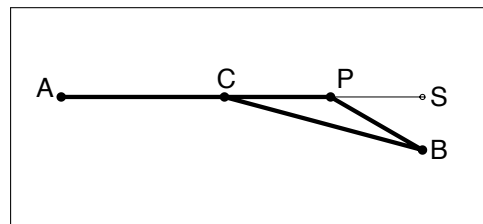
Пусть девочка выехала из точки A в направлении на солнце (S), должна была повернуть в точке C , а юрты подружки и бабушки находятся в точках P и B . Так как солнце за сутки совершает видимый оборот в 360° , то за час направление на солнце меняется на $360^\circ : 24 = 15^\circ$, а за два часа — на 30° , т. е. $\angle BCS = 15^\circ$, $\angle BPS = 30^\circ$.

Из свойства внешнего угла треугольника вытекает, что $\angle CBP = \angle BPS - \angle BCS = 15^\circ$, так что $\triangle CPB$ — равнобедренный и $BP = CP$.

Таким образом, чтобы добраться до бабушки, девочка затратила:

- 1) 1 час на путь AC до нужной точки поворота;
- 2) $60 - 21 = 39$ минут на путь CP до юрты подружки;
- 3) 21 минуту на беседу в точке P ;
- 4) 39 минут на путь PB до бабушки.

Итого, у нее ушло $60 + 39 + 21 + 39 = 159$ минут.



Задача 2.

В-1 Найдите площадь плоской фигуры, границы которой описываются уравнением

$$||y| + ||x| - 4| - 4| = 1.$$

Ответ: 62

Решение.

Будем постепенно раскрывать модули.

1. Пусть $x \geq 0$. Тогда выражение имеет вид

$$||y| + |x - 4| - 4| = 1.$$

1.1. Пусть $x \geq 4$, тогда выражение имеет вид

$$||y| + x - 8| = 1.$$

1.1.1 Так как в функции берется модуль от y , то это означает, что можно начертить график в области $y \geq 0$ и сделать симметрию, относительно оси Ox . Тогда рассмотрим выражение:

$$|y + x - 8| = 1.$$

Рассмотрим, в общем виде, график функции $|ky + x - a| = b$. Раскрывая модуль, мы получим следующее:

1. Если $ky + x - a \geq 0$, то $ky + x - (a + b) = 0$. График — прямая, проходящая через точки $(a + b, 0)$, $\left(0, \frac{a + b}{k}\right)$.

2. Если $ky + x - a < 0$, тогда $-ky - x + a - b = 0$. График — прямая, проходящая через точки $(a - b, 0)$, $\left(0, \frac{a - b}{k}\right)$.

Таким образом в области $y \geq 0$, $x \geq 4$ мы имеем пару параллельных прямых, проходящих через точки $(4, 5) - (9, 0)$ и $(4, 3) - (0, 7)$.

1.2. Пусть $0 \leq x < 4$, тогда выражение имеет вид

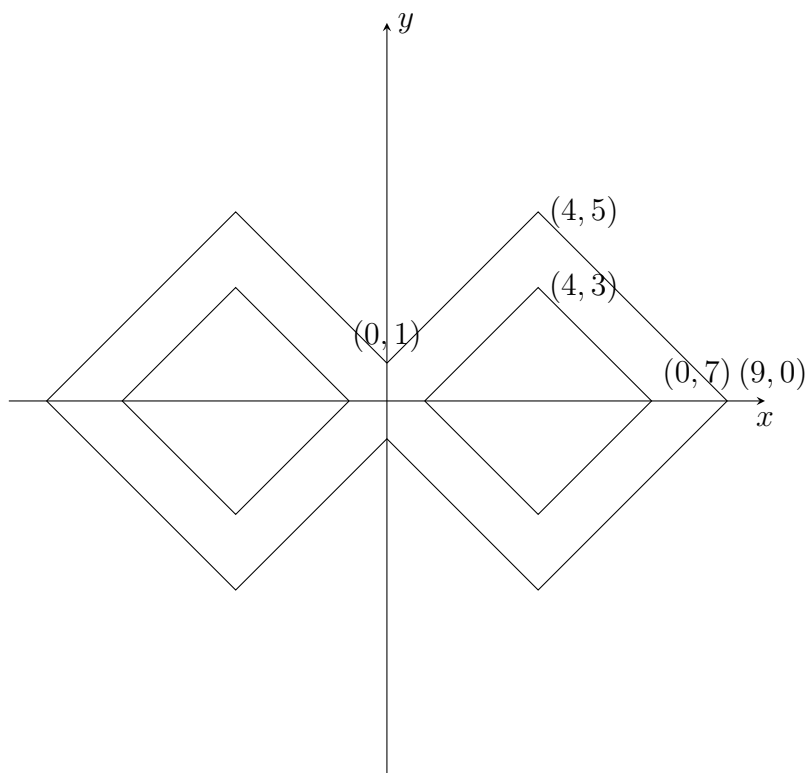
$$||y| - x| = 1.$$

Теперь опять применим свойство модуля $|y|$ и будем исследовать выражение

$$|y - x| = 1.$$

Раскрываем модуль, получим график — две параллельные прямые, проходящие через точки $(4, 5) - (0, 1)$ и $(4, 3) - (1, 0)$.

В области, где $x < 0$, также воспользуемся свойством модуля. График в этой области симметричен относительно оси Oy . Таким образом, получаем следующую фигуру



Теперь посчитаем площадь. Так как фигура симметрична относительно оси Oy , достаточно посчитать площадь правой половины. Удобнее всего увидеть, что это квадрат со стороной $6\sqrt{2}$ из которого «вырезали» меньший квадрат со стороной $4\sqrt{2}$ и отрезали уголок — равнобедренный прямоугольный треугольник, высота которого к гипотенузе равна 1, а гипотенуза равна 2.

Таким образом, площадь равна:

$$2 \cdot \left((6\sqrt{2})^2 - (4\sqrt{2})^2 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 2 \right) = 62$$

Задача 3.

В-1 Для укладки пола в квадратной комнате купили одинаковые квадратные плитки. 15 плиток оказались разбитыми. Оставшимися плитками выложили пол в другой комнате прямоугольной формы, в длину которой укладывается на 11 плиток больше, чем в ширину. Сколько плиток было куплено?

Ответ: 225

Решение. Пусть купили x^2 плиток, в ширину прямоугольной комнаты укладывается y плиток. Тогда верно равенство

$$y(y + 11) = x^2 - 15.$$

Дискриминант квадратного уравнения $y^2 + 11y - x^2 + 15 = 0$ относительно y равен $D = 121 + 4x^2 - 60 = 61 + 4x^2$. Чтобы уравнение имело целое решение, число $61 + 4x^2$ должно быть нечетным квадратом, т.е.

$$61 + 4x^2 = z^2,$$

откуда $(z - 2x)(z + 2x) = 61$. Т.к. 61 — простое число, то $z - 2x = 1$ и $z + 2x = 61$, откуда $z = 31$, $x = 15$.

Задача 4.

В-1 На подвешенном в воздухе кубике Рубика, на центральном квадратике одной из его граней, сидит жучок. В какой-то момент он начинает движение по поверхности куба, передвигаясь за каждую секунду на соседний квадратик, т. е. на квадратик, имеющий общую сторону с текущим. Соседний квадратик для первого перемещения был выбран произвольно, а затем жучок следовал таким правилам:

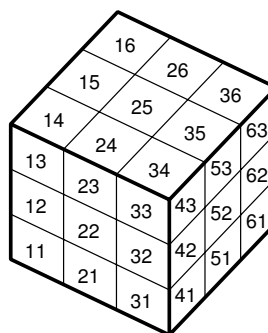
- 1) При 2-м, 4-м и других четных перемещениях жучок не менял направления своего движения, т. е. покидал квадратик через сторону, противоположную той, через которую он на этот квадратик попал;
- 2) При 3-м, 5-м и других нечетных перемещениях жучок поворачивал направо (относительно своего движения).

Завершил жучок свое движение через 2023 с после его начала. Через сколько секунд после начала движения жучок впервые оказался на том квадратике, на котором он в конце остановился?

Ответ: 2 с

Решение. Для отслеживания движения жучка будем использовать частичную развертку куба, покрывающую 3 грани. Каждый квадратик будем обозначать двузначным числом, 1-я и 2-я цифры которого являются соответствующими координатами центра квадратика на развертке (единица — ширина квадратика):

16	26	36			
15	25	35			
14	24	34			
13	23	33	43	53	63
12	22	32	42	52	62
11	21	31	41	51	61



Взяв в качестве отправного квадратик 22, а в качестве первого перемещения — $22 \rightarrow 23$, запишем маршрут за первые 29 с:

Время (с)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Квадратик	22	23	24	34	43	33	23	24	25	35	53	43	33	34	35
Время (с)	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
Квадратик	53	52	42	32	33	34	43	42	32	22	23	24	34	43	33

Как видим, через 24 с жучок окажется в исходной точке, будет двигаться в том же направлении (на квадратик 23), причем четность 0 и 24 совпадают. Поэтому дальнейшее движение жучка будет периодически повторять движение первых 24 с. Так как $2023 \equiv 7 \pmod{24}$ (остаток от деления 2023 на 24 равен 7), то через 2023 с жучок окажется на том же квадратике, на котором он был через 7 с после начала движения, т. е. на квадратике 24. Как следует из таблицы, впервые на этом квадратике жучок оказался через 2 с после начала движения.

Задача 5.

В-1 Пловец решил переплыть реку. Сначала он взял направление перпендикулярно течению — и течение снесло его на 12 метров. Оттуда он решил вернуться туда, откуда начал — он взял направление на точку, из которой началось плавание, и теперь течение снесло его на 20 метров от желаемой точки. Найдите ширину реки.

Ответ: 9

Решение. Пусть h — ширина реки, а $a = 12$ и $b = 20$ — заданные в условии отосы.

При первом заплыве вектор абсолютной скорости пловца был равен сумме продольной составляющей (скорости течения) и поперечной составляющей, модуль которой равен собственной скорости пловца в стоячей воде. Так как за время, за которое пловец переплыл реку, он переместился на h в поперечном направлении и на a в продольном, отношение его собственной скорости к скорости течения равно h/a .

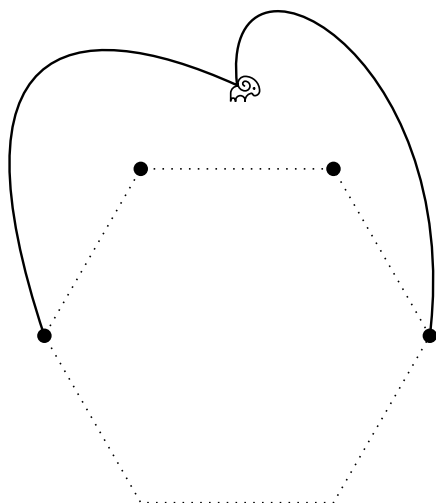
Во время второго заплыва вектор абсолютной скорости был равен сумме всё той же продольной составляющей (скорости течения) и наклонной составляющей, направленной от точки второго старта к желаемой точке финиша и равной по модулю собственной скорости пловца. Умножая векторы скорости на время второго заплыва, получим два вектора перемещения: желаемый (длиной $\sqrt{a^2 + h^2}$) и снос длиной b . Отношение их длин равно всё тому же отношению скоростей, откуда

$$\frac{h}{a} = \frac{\sqrt{a^2 + h^2}}{b}.$$

Решая это уравнение относительно h , получим ответ:

$$h = \frac{a^2}{\sqrt{b^2 - a^2}}.$$

Задача 6.



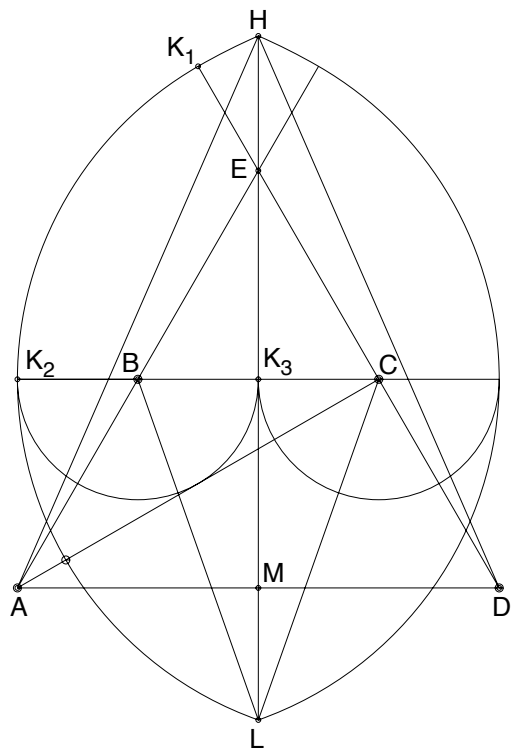
В-1

Баран на пастбище привязан сразу к двум деревьям, верёвками по 5 метров длиной. На пастбище есть ещё два дерева. Вместе эти деревья образуют 4 соседние вершины правильного шестиугольника со стороной в 2 метра (см. рисунок)

Насколько близко он сможет подойти к дереву, к которому привязан?

Ответ: $2\sqrt{3} - 3$.

Решение.



Нужно понять, какую область может очертить баран. Обозначим точками A, B, C, D деревья, к A и D он привязан. AB и CD пересекаются в точке E . Треугольник AED получится равносторонний, со стороной 4, BC — его средняя линия.

Обозначим H самую северную точку, до которой баран может дотянуться. Получится прямоугольный треугольник HMD с гипотенузой $HD = 5$ и катетом $MD = 2$.

Если пойти против часовой стрелки, баран будет описывать окружность радиуса 5 с центром в D . Однако долго это не продлится — натянутая верёвка наткнётся на дерево C . Окружность радиуса 5 закончится в точке K_1 .

Дальше баран будет описывать окружность радиуса 3 с центром в точке C , пока натянутая верёвка не наткнётся на B . Окружность закончится в K_2 .

Если он продолжит идти против часовой стрелки, он будет описывать окружность радиуса 1 вокруг центра B . (Дуга K_2K_3 .)

Однако ещё он может спуститься между деревьями B и C и исследовать юг. Самая южная доступная ему точка — L . В треугольнике BCL стороны равны 2, 3, 3, потому что CL и BL — натянутые верёвки, от которых осталось по три метра.

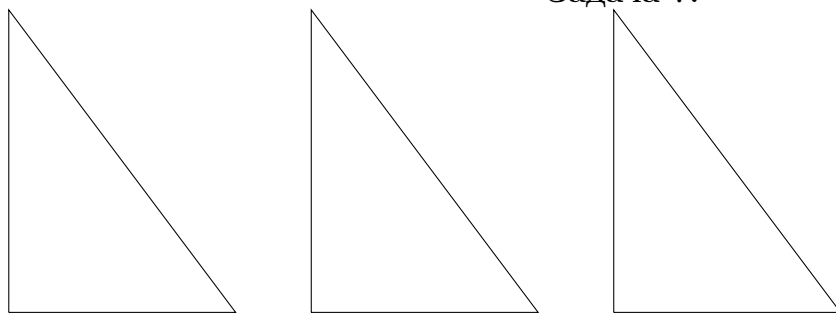
Если он начнёт очерчивать границу по часовой стрелке, он опишет дугу LK_2 — это дуга окружности радиусом 3 с центром в C . Маленькая окружность K_2K_3 целиком окажется внутри большой.

Правая граница фигуры будет симметрична левой.

Насколько близко он подойдёт к дереву-привязи? Надо найти расстояние между A и дугой K_2L . Центр этой окружности — в C , радиус окружности = 3, а $AC = 2\sqrt{3}$, как высота равно-стороннего треугольника AED . Отсюда получаем ответ: $AC - r = 2\sqrt{3} - 3$.

Задача 7.

В-1



На плоскости есть три одинаковых прямоугольных треугольника со сторонами 3, 4, 5. Они одинаково ориентированы, их можно двигать и вращать, но нельзя накладывать друг на друга (касаться сторонами можно) и нельзя класть обратной стороной вверх (то есть, как бы вы ни двигали треугольник, стороны 3 - 4 - 5 будут расположены по ходу часовой стрелки).

Посчитайте, сколько различных «жестких» фигур можно собрать, используя все эти треугольники. Фигура считается «жесткой», если у каждого её треугольника есть с каким-нибудь другим треугольником общая вершина и общий граничный отрезок с концом в этой вершине (необязательно целая сторона).

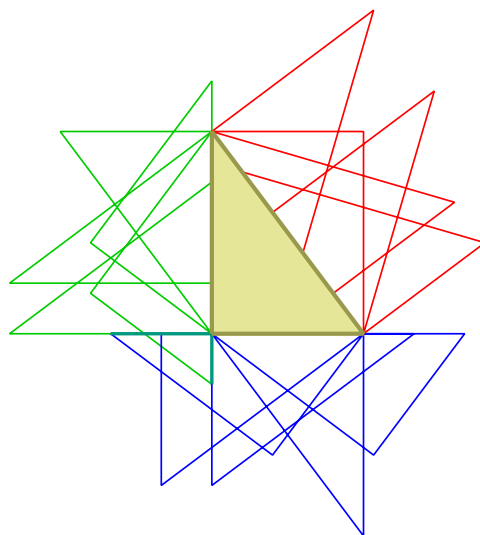
Ответ: 73

Решение. Треугольники могут крепиться друг к другу так: либо каждый прикреплён к каждому (получается этакое кольцо), либо же к одному из треугольников (назовём его центральным) «жестко» прикреплены два остальных (назовём их соседями). Рассмотрим сначала второй случай.

Берём один из треугольников, он будет выполнять роль центрального. «Жестко» прикрепить два других треугольника к одной и той же его стороне нельзя без существенного наложения треугольников (это было бы возможно, если бы одна из сторон была по крайней мере в 2 раза короче другой). Значит, для крепежа надо выбрать пару сторон центрального треугольника. Это можно сделать тремя способами (3,4 или 3,5 или 4,5). К каждой из выбранных сторон центрального треугольника другой треугольник можно «жестко» прикрепить 5 способами ($1+2+2$: 1 способ для крепления со стороной такой же длины, а для каждой из двух других сторон соседнего треугольника есть два способа, так как в этом случае есть выбор, какую из двух вершин делать общей). На рисунке разными цветами для разных сторон центрального треугольника показано по 5 способов крепления соседа.

Итак, есть 3 способа выбрать пару сторон центрального треугольника, а для каждой из выбранных сторон — по 5 способов прикрепить соседа. Всего получается $3 \times 5 \times 5 = 75$ способов.

Осталось выбросить те из них, у которых имеется существенное наложение треугольников. Из рисунка видно, что отбраковываются 2 способа, в каждом из которых участвует зелёный сосед, крепящийся гипотенузой к длинному катету центрального треугольника с самым острым углом при общей вершине. Он накладывается на синего соседа, крепящегося гипотенузой к короткому катету с не самым острым углом при общей вершине, а также на синего соседа, крепящегося своим длинным катетом к короткому катету центрального треугольника с разными острыми углами при общей вершине. Таким образом, для случая «центр и два со-



седа» имеется $75 - 2 = 73$ способа составить «жесткую» фигуру.

Что касается «кольцевого» случая, то из того же рисунка видно, что он невозможен: хотя и есть варианты, когда каждая пара составляющих фигуру треугольников имеет общий граничный отрезок, одной из таких пар (зелёно-синей) не хватает общей вершины.

ЛОМОНОСОВ – 2022-23. МАТЕМАТИКА.**Критерии проверки. 9 класс**

Задача № 1 (15 баллов)	Балл
Задача составлена некорректно. Обоснование некорректности условия	15
Арифметическая ошибка	10
Построен верный чертеж	5

Задача № 2 (15 баллов)	Балл
Чертеж верный при неверном ответе	10
Чертеж неверный вследствие ошибки при раскрытии модуля	5

Задача № 3 (15 баллов)	Балл
Арифметическая ошибка	10
Уравнение составлено, но не решено	5

Задача № 4 (15 баллов)	Балл
Перебор с верным ответом	15
Перебор без верного ответа	5

Задача № 5 (15 баллов)	Балл
Арифметическая ошибка	10
Уравнение составлено, но не решено	5

Задача № 6 (15 баллов)	Балл
Не наказываем за отсутствие рассмотрения очевидно неверного варианта	15
Правильный ответ получен при пропуске неконструктивного варианта	10
Неправильный ответ получен при пропуске конструктивного варианта	5

Задача № 7 (15 баллов)	Балл
Оценивается индивидуально	

При получении суммы баллов, большей 100, участнику ставится оценка 100.