

Олимпиада школьников «Покори Воробьёвы горы!»

Математика. 10 классы. Заключительный этап 2024/2025 учебного года

Вариант В-1

1. В турнире по волейболу участвовало 20 команд. Каждая команда играла со всеми остальными по одному разу, за выигрыш начислялось 3 очка, за проигрыш очки не начислялись (ничьих в волейболе нет). Очки, набранные командами, образуют убывающую арифметическую прогрессию. Сколько очков набрала команда, занявшая второе место?
2. Назовем год *замечательным*, если номер года делится на сумму двузначных чисел, из которых этот номер составлен. Например, 2025 год – замечательный, поскольку 2025 делится на $20 + 25 = 45$. Сколько ещё замечательных годов в XXI веке (с 2001 по 2100 год включительно)?
3. Множество A состоит из натуральных чисел n , делящихся на $\left[\sqrt[3]{n}\right]$. Здесь $[x]$ – целая часть числа x , то есть наибольшее целое число, не превышающее x . Найдите количество чисел из отрезка $[25, 2025]$, принадлежащих множеству A .
4. При каких положительных значениях a, b и c достигается наибольшее значение выражения?
$$\frac{abc}{(1+a)(a+b)(b+c)(c+16)}$$
5. Квадрат $ABCD$ со стороной 9 и квадрат $DEFG$ со стороной π имеют общую вершину D , при этом точка E лежит на отрезке CD . Найдите наибольшее и наименьшее возможные значения площади параллелограмма $AMNF$, если точка S лежит на отрезке MN и делит его в отношении $1 : \pi$.
6. Отрезок $AB = 1$ лежит на прямой l и пересекается с отрезком $CD = t$ в точке O , причём $CO : OD = k$, $\angle AOC = 60^\circ$ и $AC \neq BD$. Для каких пар чисел t и k отрезок AB можно передвинуть по прямой l так, чтобы в его новом положении выполнялось равенство $AC = BD$?

Апрель 2025 г.