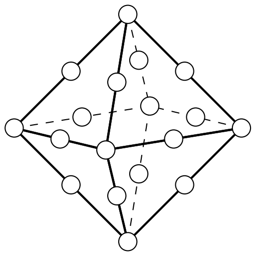
LXXXIX Московская математическая олимпиада

15 марта 2026 года • 11 класс, 1 день



Задача 1. Можно ли расставить в вершинах и в серединах рёбер правильного октаэдра по одному натуральному числу от 1 до 18 так, чтобы все числа были различны, а в каждой вершине стояло число, равное сумме четырёх чисел, стоящих в серединах исходящих из этой вершины рёбер?

Задача 2. Пусть I — центр вписанной окружности треугольника ABC. На сторонах AC и AB взяли точки K и L соответственно так, что прямая IK перпендикулярна CI, а KL параллельна BI. Докажите, что треугольник LKI — равнобедренный.

Задача 3. Петя и Вася играют в следующую игру. Сначала они пишут по единице, каждый на своей доске. Далее они по очереди (начинает Петя) заменяют каждый своё число, умножая его либо на 2, либо на 3, причём после каждого хода числа, записанные на досках, должны быть различными. Пусть a — количество натуральных делителей числа Пети после его 100-го хода, а b — количество натуральных делителей числа Васи после его 100-го хода. По итогам игры Петя получает $|a-b|$ фантиков. При каком наибольшем натуральном n Петя может действовать так, чтобы гарантированно получить не менее n фантиков вне зависимости от действий Васи?

Задача 4. В гостинице $a > 1$ этажей, на каждом этаже b одноместных номеров. На математический конгресс приехало ab математиков. Оказалось, что каждому математику на каждом этаже нравится ровно один номер. Докажите, что число способов поселить всех математиков в гостиницу так, чтобы каждому нравился его номер, чётно.

Задача 5. Надя загадала многочлен $P(x)$ с вещественными коэффициентами. За один ход Максим может назвать любой многочлен $Q(x)$ с вещественными коэффициентами, а в ответ Надя должна сообщить Максиму следующие два факта:
• достигается ли максимальное значение $P+Q$, и если да, то чему оно равно;
• достигается ли минимальное значение $P+Q$, и если да, то чему оно равно.
Максим хочет последовательно сделать несколько таких ходов, а затем назвать такое число t, что $|P(2026)-t| < 10^{-100}$. Докажите, что Максим может действовать так, чтобы гарантированно добиться желаемого. (Максим сам решает, когда ему перестать задавать вопросы.)

Задача 6. В основании выпуклой четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит четырёхугольник $ABCD$, диагонали которого перпендикулярны, а никакие две стороны не равны. Известно, что вписанные сферы тетраэдров $SABC$ и $SACD$ касаются. Докажите, что вписанные сферы тетраэдров $SABD$ и $SBCD$ касаются.

XXIII устная городская олимпиада по геометрии для 8–11 классов состоится 12 апреля.
Подробности — на странице olympiads.mccme.ru/ustn/

Задачи, решения, информация о закрытии
LXXXIX Московской математической олимпиады —
на сайте mmo.mccme.ru