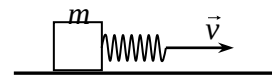


Решения и критерии оценивания
Отборочный тур олимпиады «Росатом», 2023-2024 учебный год,
Олимпиада памяти И.В.Савельева, физика, 11 класс

1 вариант

1. К телу массой m , лежащему на гладком горизонтальном столе, прикреплена легкая пружина с жесткостью k . Второй конец пружины начинают двигать с постоянной скоростью v . Найти максимальную кинетическую энергию тела в процессе движения. Через какое минимальное время после начала движения, кинетическая энергия тела будет максимальной?

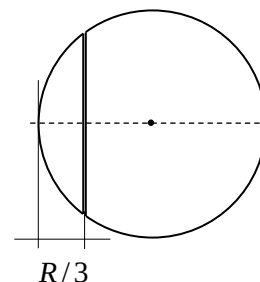


2. При расширении идеального одноатомного газа в некотором процессе его теплоемкость не меняется. При этом газ нагревается и совершает работу A . Известно, что для изохорического охлаждения газа до первоначальной температуры у него нужно забрать количество теплоты $Q = 2A$. Найти молярную теплоемкость газа в первом процессе.

3. Тело падает на землю с высоты h без начальной скорости. Какое расстояние пройдет тело за вторую четверть времени падения до поверхности земли? Силой сопротивления воздуха пренебречь.

4. Вес цилиндрического стакана объемом V равен P_1 . В стакан доверху насыпали одинаковые маленькие пенопластовые шарики и стали наливать некоторую жидкость, пока шарики не начали всплывать. В этот момент вес стакана (с жидкостью и шариками) стал равен P_2 . Найти плотность пенопласта.

5. От равномерно заряженной зарядом Q сферы радиуса R отрезали сегмент высотой $R/3$. Сегмент удерживают в том же положении, в каком он был, когда был частью сферы (см. рисунок). Какой минимальной силой нужно действовать для этого на сегмент?



Решения

1. Перейдем в систему отсчета, движущуюся относительно земли со скоростью $\vec{v}$, которая направлена в том же направлении, в котором мы тянем пружину. В этой системе отсчета конец пружины покоится, а телу толчком сообщили скорость $\vec{v}$, направленную от конца пружины. Очевидно, что в этой системе отсчета тело совершает гармонические колебания, в которых максимальная величина скорости тела равна v , а направления максимальной скорости чередуются: через половину периода колебаний (через $T/2$, где T - период колебаний) вектор максимальной скорости тела (в рассматриваемой системе отсчета) направлен от тела, еще через половину периода – к телу, еще через половину периода от тела и т.д. А поскольку скорость конца пружины в системе отсчета, связанной с землей, направлена от тела, то через половину периода колебаний $T/2$ скорость тела относительно земли будет равна $2v$, через T - нулю и т.д. Поэтому впервые после начала движения кинетическая энергия тела станет максимальной через время

$$t = \frac{T}{2} = \pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

А само максимальное значение кинетической энергии равно

$$E_{\text{кин, max}} = \frac{m(2v)^2}{2} = 2mv^2$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Осуществлен переход в систему отсчета, связанную с концом пружины и доказано, что движение тела есть колебание - 1 балл
2. Доказано, что максимальная скорость тела в этой системе отсчета есть $\pm v$ – 1 балл
3. Утверждение, что в системе отсчета, связанной с землей максимальная скорость тела - $2v$ – 1 балл
4. Правильный ответ для максимальной кинетической энергии тела – 1 балл
5. Правильный ответ для времени, через которое кинетическая энергия достигает максимума – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Применяем первый закон термодинамики к первому процессу

$$Q_1 = \Delta U_1 + A$$

где Q_1 - количество теплоты, полученное газом в первом процессе, ΔU_1 - изменение внутренней энергии газа в первом процессе (по условию $A > 0$ и $\Delta U_1 > 0$, так как газ рас). С другой стороны, применение первого начала термодинамики к изохорическому охлаждению дает

$$\Delta U_1 = Q$$

(обратим внимание, что по условию Q - это *взятое* у газа в изохорическом охлаждении тепло, поэтому $Q > 0$). А так как $Q = 2A$, из первого закона термодинамики получаем, что

$$Q_1 = 3A$$

Поскольку газ одноатомный, то

$$\Delta U_1 = \frac{3}{2} \nu R \Delta T$$

где ΔT - изменение температуры газа в первом процессе, ν - число молей, R - универсальная газовая постоянная. Отсюда

$$\Delta T = \frac{2\Delta U_1}{3\nu R} = \frac{2Q}{3\nu R} = \frac{4A}{3\nu R}$$

Теперь можем найти молярную теплоемкость газа в первом процессе

$$C = \frac{Q_1}{\nu \Delta T} = \frac{9}{4} R$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильно использован первый закон термодинамики - 1 балл**
 - 2. Правильное использование первого закона термодинамики для изохорического охлаждения – 1 балл**
 - 3. Правильное соотношение работы газа и количества теплоты, полученного им в первом процессе – 1 балл**
 - 4. Правильное определение молярной теплоемкости – 1 балл**
 - 5. Правильный ответ – 1 балл.**
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.**

3. При падении тела с высоты h зависимость его вертикальной координаты y от времени t дается выражением

$$y(t) = h - \frac{gt^2}{2}$$

(начало координат находится на поверхности земли, ось y направлена вертикально вверх). Время t_1 падения тела до поверхности земли определяется этой зависимостью из условия, что y -координата тела становится равной нулю:

$$\frac{gt_1^2}{2} = h \quad \Rightarrow \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

За первую четверть этого времени тело пройдет расстояние

$$l_1 = h - y\left(\frac{1}{4}t_1\right) = \frac{1}{16}h$$

За две четверти этого времени, отсчитанные от начала движения, тело пройдет расстояние:

$$l_2 = h - y\left(\frac{2}{4}t_1\right) = \frac{1}{4}h$$

За три четверти этого времени, отсчитанные от начала движения, тело пройдет расстояние:

$$l_3 = h - y\left(\frac{3}{4}t_1\right) = \frac{9}{16}h$$

Поэтому за первую, вторую, третью и четвертую четверти времени падения до поверхности земли тело пройдет следующие расстояния Δl_1 , Δl_2 , Δl_3 и Δl_4 соответственно:

$$\Delta l_1 = l_1 = \frac{1}{16}h, \quad \Delta l_2 = l_2 - l_1 = \frac{3}{16}h, \quad \Delta l_3 = l_3 - l_2 = \frac{5}{16}h, \quad \Delta l_4 = h - l_3 = \frac{7}{16}h$$

В первом варианте нужно было найти расстояние, пройденное за вторую четверть полного времени падения:

$$\Delta l_2 = \frac{3}{16} h$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильно использованы законы равноускоренного движения - 1 балл**
- 2. Правильная основная идея – находить нужные расстояния, отсчитанные не от начала движения, через разности расстояний, отсчитанных от начала движения (или правильный «сдвиг» законов равноускоренного движения к новому началу – 1 балл**
- 3. Правильное нахождение полного времени движения – 1 балл**
- 4. Правильное нахождение расстояний, пройденных за одну, две, три или четыре четверти полного времени движения – 1 балл**
- 5. Правильный ответ – 1 балл.**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Пусть площадь сечения стакана - S , высота - H . Тогда его объем $V = SH$. По условию вес стакана равен P_1 .

Вес стакана с шариками и водой P_2 складывается из веса стакана, шариков и воды. Пусть в тот момент, когда шарики начали всплывать, мы налили в стакан жидкость высотой h . Поскольку действующая на шарики сила Архимеда равна весу вытесненной жидкости, а в момент начала всплытия сила Архимеда равна весу всех шариков, то произведение $\rho_0 g Sh$ (ρ_0 - плотность жидкости) равно суммарному весу жидкости и всех шариков. Поэтому

$$P_2 = P_1 + \rho_0 g h S \quad (*)$$

С другой стороны, в момент всплывания шариков действующая на них сила Архимеда равна силе тяжести. Поэтому

$$\rho_0 g V_{\text{жидк.}} = \rho g V_{\text{ш}}$$

где $V_{\text{жидк.}}$ - объем шариков, находящихся в жидкости, $V_{\text{ш}}$ - объем всех шариков, ρ - плотность шариков. Отсюда

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \frac{V_{\text{ш}}}{V_{\text{жидк.}}}$$

Но поскольку шариков много и они маленькие, то отношение объема всех шариков к объему шариков, находящихся в жидкости равно отношению высот насыпки шариков в стакан (т.е. H) к высоте уровня воды в стакане h :

$$\frac{V_{\text{ш}}}{V_{\text{жидк.}}} = \frac{H}{h}$$

Отсюда находим

$$\rho_0 = \frac{H}{h} \rho$$

Подставляя плотность жидкости в формулу (*), находим

$$\rho g H S = P_2 - P_1$$

и

$$\rho = \frac{P_2 - P_1}{gV}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное условие равновесия стакана с шариками - 1 балл

2. Правильное нахождение веса стакана с шариками и водой в момент всплытия шариков – 2 балла

3. Правильное соотношение объема шариков и объема воды в стакане – 1 балл

4. Правильный ответ – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Очевидно, что минимальная сила, которую нужно приложить к сегменту (и остальной части сферы) равна силе отталкивания сегмента от остальной части сферы. Найдем эту силу. Для этого рассмотрим очень маленький элемент площадью ΔS поверхности равномерно заряженной зарядом Q сферы радиуса R и найдем, с какой силой этот элемент отталкивается от остальной сферы. Поскольку этот элемент очень мал, то действующую на него силу можно представить как

$$F = \Delta Q E_{o.c.}$$

где ΔQ - заряд этого элемента, $E_{o.c.}$ - напряженность электрического поля остальной сферы в тех точках, в которых находится элемент ΔS . Заряд ΔQ легко найти из условия равномерной заряженности сферы. Действительно, поскольку сфера заряжена равномерно, величина заряда элемента ΔS во столько же раз меньше заряда всей сферы, во сколько ΔS меньше площади поверхности сферы $S = 4\pi R^2$:

$$\Delta Q = \frac{\Delta S}{4\pi R^2} Q$$

Напряженность электрического поля остальной сферы в точках, где расположен элемент ΔS можно найти из следующих соображений. С одной стороны, электрическое поле сферы во всех точках складывается из электрического поля, создаваемого рассматриваемым элементом ΔS и остальной сферой

$$\vec{E} = \vec{E}_{\Delta S} + \vec{E}_{o.c.}$$

С другой стороны, электрическое поле сферы вблизи элемента ΔS снаружи сферы равно

$$E = \frac{kQ}{R^2}$$

($k = (4\pi\epsilon_0)^{-1}$ - постоянная закона Кулона), внутри сферы – равно нулю. А поскольку электрические поля, создаваемые элементом ΔS снаружи и внутри сферы одинаковы по величине и противоположно направлены (по и против радиуса сферы, проведенного из центра в ту точку, где расположен элемент ΔS), то поле остальной полусферы в точках, где расположен элемент ΔS , равно половине поля сферы вблизи ее поверхности снаружи сферы

$$E_{o.c.} = \frac{kQ}{2R^2}$$

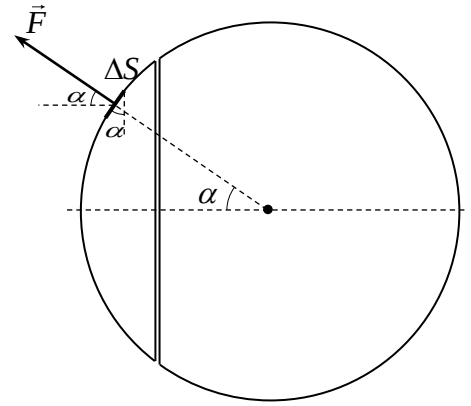
Поэтому сила, действующая на элемент ΔS со стороны остальной сферы, по величине равна

$$F = \frac{\Delta S}{4\pi R^2} Q \frac{kQ}{2R^2} = \frac{\Delta S Q^2}{2(4\pi)^2 \varepsilon_0 R^4}, \quad (1)$$

и направлена по радиусу сферы из центра (элемент ΔS отталкивается от остальной сферы).

Используя эту формулу можно найти и силу, действующую на сегмент сферы. Для этого мысленно разобьем сегмент на малые площадки, найдем силы, действующие на каждую площадку, просуммируем векторы сил. При этом для силы, действующей на каждую площадку, можно использовать формулу (1), дающую силу ее взаимодействия со всей сферой, а не только с оставшейся после отрезания сегмента части. Это связано с тем, что после суммирования силы, действующие между площадками отрезанного сегмента, сократятся по третьему закону Ньютона. И поскольку сила, действующая на отрезанный сегмент, направлена по его оси (это следует из симметрии задачи), то можно суммировать не векторы сил, а их проекции на ось сегмента.

Итак, рассмотрим малую площадку сегмента площадью ΔS , которую видно из центра сферы под углом α к оси сегмента (см. рисунок; рассматриваемая площадка выделена жирным). Она отталкивается от остальной сферы силой (1), поэтому суммарная сила, действующая на сегмент, равна сумме проекций на ось сегмента всех сил, действующих на площадки сегмента



$$F_{рез} = \sum F \cos \alpha$$

где $F_{рез}$ - результирующая сила, действующая на сегмент, суммирование осуществляется по всем площадкам сегмента. Используя формулу (1), получим

$$F_{рез} = \sum \frac{\Delta S Q^2}{2(4\pi)^2 \varepsilon_0 R^4} \cos \alpha$$

Поскольку множители Q^2 , $(4\pi)^2$, ε_0 и R^4 одинаковы у каждого слагаемого суммы, их можно вынести за скобку (за знак суммы). В результате получим

$$F_{рез} = \sum \frac{\Delta S Q^2}{2(4\pi)^2 \varepsilon_0 R^4} \cos \alpha = \frac{Q^2}{2(4\pi)^2 \varepsilon_0 R^4} \sum \Delta S \cos \alpha$$

Но величина $\Delta S \cos \alpha$ имеет смысл проекции площади рассматриваемой площадки на основание сегмента. Поэтому сумма таких величин дает площадь основания сегмента. Так как площадь основания сегмента равна

$$S = \pi(R^2 - (R-h)^2) = \pi h(2R-h)$$

то для силы, с которой сегмент отталкивается от остальной части сферы (и соответственно для минимальной силы, которой нужно удерживать сегмент, имеем окончательно

$$F_{рез} = \frac{Q^2 h(2R-h)}{32\pi \varepsilon_0 R^4}$$

где h - высота сегмента. Для $h = R/3$ получаем

$$F_{рез} = \frac{5Q^2}{288\pi\epsilon_0 R^2} = \frac{5kQ^2}{72R^2}$$

где $k = (4\pi\epsilon_0)^{-1}$ - постоянная закона Кулона.

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильная идея решения – использование принципа суперпозиции для нахождения силы, действующей на каждую маленькую площадку, входящую в состав сегмента, со стороны остальной сферы и суммирование этих сил - 1 балл**
- 2. Правильное нахождение напряженности электрического поля в области каждого малого элемента отрезанного сегмента – 1 балл**
- 3. Доказательство, что суммировать нужно только проекции сил на ось сегмента и того факта, что можно суммировать проекции сил, действующих со стороны всей сферы, а не только той части, которая осталась после отрезания сегмента – 1 балл**
- 4. Правильное сведение суммирования сил к суммированию проекций площадей элементов на круг, «замыкающий» сегмент – 1 балл**
- 5. Правильный ответ – 1 балл.**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.