

Решения и критерии оценивания
Отборочный тур олимпиады «Росатом», 2024-2025 учебный год,
Олимпиада памяти И.В.Савельева, физика, 10 класс

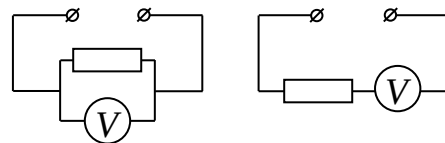
(1 и 2 варианты)

1. В сосуде находятся три моля молекулярного азота N_2 и один моль молекулярного водорода H_2 . В некоторый момент времени в сосуде происходит химическая реакция образования аммиака $3H_2 + N_2 = 2NH_3$, причем известно, что аммиака образовалось максимально возможное количество. Увеличилось или уменьшилось количество молекул в сосуде? Во сколько раз? Какое из веществ – азот или водород – находится в избытке, а какое в недостатке?

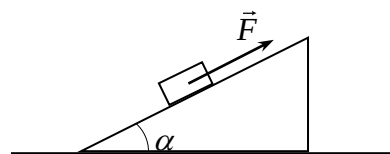
(3 и 4 варианты)

1. К поплавку массой $m = 20$ г, плавающему в воде, привязана леска с грузом. При этом поплавок погружён в воду на четыре пятых своего объёма. Найти в этом положении силу натяжения лески, если свободно плавающий в воде поплавок погружён в неё на одну шестую часть своего объёма. ($g = 10$ м/с².)

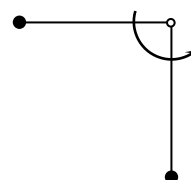
2. Вольтметр и резистор соединяют сначала параллельно и подключают к источнику электрического напряжения (см. левый рисунок). А потом их соединяют последовательно и подключают к тому же источнику электрического напряжения (см. правый рисунок). При этом показания вольтметра отличаются в три раза. Найти отношение сопротивления резистора к сопротивлению вольтметра. Напряжение, приложенное к цепи, не менялось.



3. Тело массой m положили на наклонную грань клина массой $2m$ с углом при основании $\alpha = 30^\circ$. На тело действуют некоторой силой F , направленной параллельно наклонной грани клина (см. рисунок). Какой должна быть эта сила, чтобы ускорение тела было направлено горизонтально? Трением между всеми поверхностями можно пренебречь.

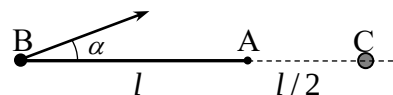


4. Два шарика одинаковой массы m закреплены на концах легкого стержня длиной $2L$, согнутого в середине под прямым углом (см. рисунок). Через вершину этого угла перпендикулярно плоскости чертежа проходит горизонтальная ось вращения. Стержень удерживают так, что одна его часть горизонтальна, вторая вертикальна, а потом отпускают. Найти максимальную скорость шариков в процессе последующего движения.



5. В точке А, находящейся на горизонтальной поверхности, закреплен конец лёгкой упругой нерастяжимой нити длиной l . Второй конец нити прикреплен к точечному массивному телу. В начальный момент нить натянута, тело находится в точке В. На

той же поверхности на прямой, являющейся продолжением начального положения нити, на расстоянии $l/2$ от точки А сделана небольшая лунка (см. рисунок, вид сверху; лунка находится в точке С). Под каким углом α к начальному положению нити нужно толкнуть тело, чтобы оно попало в лунку, натянув нить один раз (не считая начального положения)? Трение отсутствует. Ненатянутая нить сопротивления движению тела не оказывает.



Решения и критерии оценивания решений задач

1. Из уравнения реакции видим, что чтобы в смеси молекулярного водорода и азота реакция прошла полностью, нужно, чтобы количество вещества азота было втрое меньше количества вещества водорода. А у нас оно втрое больше. Поэтому на реакцию соединения водорода и азота будет израсходовано все количество вещества водорода и одна треть моля азота (а два и две третьих моля азота не прореагируют). Следовательно, азот находится в избытке, водород в недостатке.

При этом образуется такое количество вещества аммиака, которое вдвое больше количества вещества азота, вступившего в реакцию (это тоже следует из уравнения реакции). Это значит, что количество вещества аммиака в сосуде будет составлять две трети моля.

Таким образом, всего в сосуде будут находиться две трети моля аммиака и два и две третьих моля азота - т.е. всего десять третьих моля различных веществ. А поскольку первоначально в сосуде находилось 4 моля, то количество молекул в сосуде после прохождения реакции составляет величину

$$n = \frac{10/3}{4} = \frac{5}{6}$$

от первоначального, т.е. уменьшится в 6/5 раза.

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Школьник понимает, что такое моль - 1 балл
2. Правильный вывод о том, какое вещество находится в избытке, какое в недостатке – 1 балл
3. Правильно найдено количество вещества азота, оставшееся в сосуде – 1 балл
4. Правильно найдено количество вещества аммиака, образовавшегося в сосуде - 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

(Решение задачи 1 варианта 3)

1. Пусть масса поплавок m , объем V . Тогда условие плавания поплавок с леской и грузом дает

$$mg + T = \rho g \frac{4}{5} V$$

где T - сила натяжения лески, ρ - плотность воды. Для свободно плавающего поплавок условие плавания дает

$$mg = \rho g \frac{1}{6} V$$

Деля эти равенства друг на друга, получим

$$\frac{mg + T}{mg} = \frac{24}{5}$$

Решая это уравнение, найдем

$$T = \frac{19}{5} mg = 0,76 \text{ Н}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование формулы для выталкивающей силы Архимеда - 1 балл
2. Правильное условие плавания поплавок с леской – 1 балл
3. Правильное условие плавания свободно плавающего поплавок – 1 балл
4. Правильное уравнение для силы натяжения лески – 1 балл
5. Правильный ответ (и формула, и число) – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.)

2. Поскольку вольтметр всегда показывает напряжение на самом себе, а во втором случае через него течет меньший ток, то во втором случае (в случае последовательного соединения с резистором) его показание будут меньше.

Пусть сопротивление вольтметра R , сопротивление резистора r , напряжение источника U . В первом случае вольтметр показывает напряжение источника $U_1 = U$.

Чтобы найти показания вольтметра во втором случае найдем ток I_2 , текущий через него во втором случае, а затем и напряжение U_2 на вольтметре во втором случае. Имеем

$$I_2 = \frac{U}{r + R}, \quad U_2 = I_2 R = \frac{UR}{r + R} = \frac{U}{\frac{r}{R} + 1}$$

Так как напряжение во втором случае есть треть напряжения в первом, получаем

$$U_2 = \frac{U_1}{3} = \frac{U}{3} \Rightarrow \frac{U}{3} = \frac{U}{\frac{r}{R} + 1}$$

Сокращая здесь напряжение источника и решая полученное уравнение относительно отношения сопротивлений, найдем отношение сопротивлений

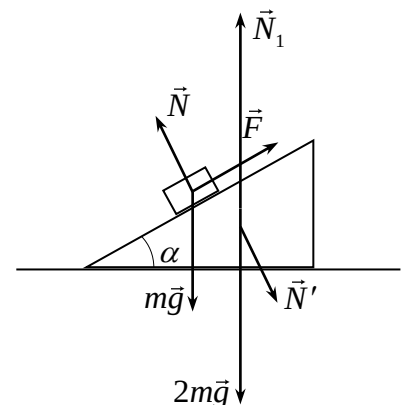
$$\frac{r}{R} = 2$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное утверждение (с обоснованием), что показания вольтметра во втором случае меньше - 1 балл
2. Правильные показания источника в первом случае – 1 балл
3. Правильные показания источника во втором случае – 1 балл
4. Правильное уравнение для отношения сопротивлений – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. На тело действуют: сила тяжести $m\vec{g}$, сила реакции поверхности клина $\vec{N}$, внешняя сила $\vec{F}$. На клин действуют: сила тяжести $2m\vec{g}$ (по условию масса клина вдвое больше массы тела), сила реакции со стороны тела $\vec{N}'$, сила реакции горизонтальной поверхности $\vec{N}_1$ (эти силы показаны на рисунке). Поскольку ускорение тела горизонтально, то оно равно ускорению клина. Поэтому второй закон Ньютона для тела и клина в проекциях на горизонтальную ось дает



$$ma = F \cos \alpha - N \sin \alpha$$

$$2ma = N \sin \alpha$$

А в проекциях на вертикальную ось для тела –

$$mg = F \sin \alpha + N \cos \alpha$$

Умножая первое уравнение на 2 и вычитая его из второго, получим

$$2F \cos \alpha = 3N \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad N = \frac{2F \cos \alpha}{3 \sin \alpha}$$

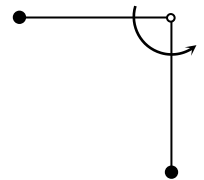
Теперь подставляя силу реакции в третье уравнение, найдем

$$F = \frac{3mg \sin \alpha}{2 + \sin^2 \alpha} = \frac{2}{3} mg$$

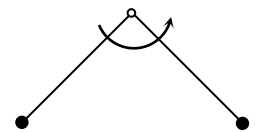
Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное (и обоснованное) утверждение, что ускорения тела и клина равны - 1 балл
 2. Правильно расставлены силы, действующие на тело и клин – 1 балл
 3. Правильный второй закон Ньютона для тела и клина в проекциях на горизонтальное направление – 1 балл
 4. Правильный второй закон Ньютона для тела в проекциях на вертикальное направление – 1 балл
 5. Правильный ответ – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Два шарика одинаковой массы m закреплены на концах легкого стержня длиной $2L$, согнутого в середине под прямым углом (см. рисунок). Через вершину этого угла перпендикулярно плоскости чертежа проходит горизонтальная ось вращения. Стержень удерживают так, что одна его часть горизонтальна, вторая вертикальна, а потом отпускают. Найти максимальную скорость шариков в процессе последующего движения. Силой сопротивления воздуха и другими неупругими процессами пренебречь.



4. Ясно, что у этой системы есть положение равновесия – стержни расположены симметрично по отношению к вертикали, проходящей через ось вращения. Т.е. углы между стержнями и вертикалью равны 45° . Скорость шариков будет максимальной в тот момент, когда шарики будут проходить положение равновесия – в этом положении минимальна потенциальная энергия, значит, максимальна кинетическая. Найдем изменение потенциальной энергии системы шариков, а потом воспользуемся законом сохранения энергии.



Пусть уровень отсчета потенциальной энергии системы совпадает с начальным положением нижнего шарика. Тогда потенциальная энергия системы в начальном положении равна $\Pi_n = mgL$. В конечном положении каждый из шариков будет находиться на высоте

$$L - L \cos 45^\circ = \frac{L(2 - \sqrt{2})}{2}$$

над началом отсчета потенциальной энергии, и потому потенциальная энергия системы в этом положении будет равна

$$\Pi_k = mgL(2 - \sqrt{2})$$

Поэтому изменение потенциальной энергии системы равно

$$\Delta \Pi = \Pi_k - \Pi_n = mgL(\sqrt{2} - 1)$$

Используя теперь закон сохранения энергии для нашей системы тел и учитывая, что скорости шариков одинаковы, найдем

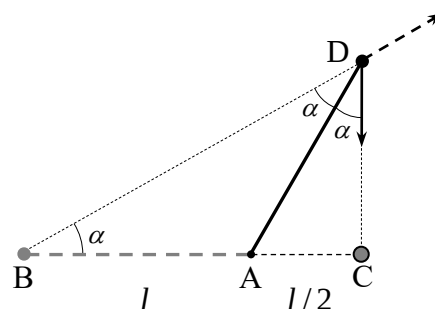
$$2 \frac{mv^2}{2} = \Delta\P \quad \Rightarrow \quad mv^2 = mgL(\sqrt{2} - 1) \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{gL(\sqrt{2} - 1)}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное и обоснованное утверждение, что скорость шариков максимальна, когда стержни составляют угол 45° с вертикалью - 1 балл
2. Использование закона сохранения энергии для системы шариков – 1 балл
3. Правильно найдены начальная и конечная потенциальная энергии системы шариков – 1 балл
4. Правильное уравнение закона сохранения энергии – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Сразу после толчка нить перестанет быть натянутой, и не будет оказывать сопротивления движению тела. Поэтому тело будет двигаться прямолинейно под углом α к первоначальному направлению нити (вдоль прямой BD на рисунке) с постоянной скоростью до того момента, когда нить снова натянется в точке D (на рисунке начальное положение нити показано светлым пунктиром). В этот момент на короткое



время нить натянется, возникнет сила натяжения, которая изменит скорость тела. При этом, поскольку сила натяжения направлена вдоль нити, она изменяет только составляющую скорости тела, направленную вдоль нити, но не изменяет составляющую скорости, перпендикулярную нити. Поскольку нить упругая, то потеря механической энергии тела после натяжения нити не происходит, и составляющая скорости тела, направленная вдоль нити, после ее растяжения меняется на противоположную. А это значит, что углы между скоростью тела и положением нити в момент ее натяжения до и после натяжения будут одинаковы (скорость тела до натяжения нити показана пунктирным вектором, после натяжения – сплошным вектором). После этого тело сойдет нить, и далее будет двигаться прямолинейно. Чтобы оно попало в лунку, после натяжения нити оно должно двигаться вдоль прямой DC.

Поскольку треугольник BAD равнобедренный (его стороны AB и AD равны длине нити), то $\angle ABD = \angle BDA = \alpha$ (см. рисунок). Угол ADC также равен α , поскольку (как это доказано выше) после натяжения нити угол между нитью и вектором скорости не меняется: $\angle ADC = \alpha$. А так как сумма углов в треугольнике равна 180° , то угол BAD равен $180^\circ - 2\alpha$. Значит, угол DAC равен 2α , а $\angle ACD = 180^\circ - 3\alpha$. Поэтому по теореме синусов для треугольника ACD имеем

$$\frac{l}{\sin(180^\circ - 3\alpha)} = \frac{l/2}{\sin \alpha}$$

или

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} \sin 3\alpha \quad (*)$$

Решения этого уравнения можно найти подбором. Очевидно, решениями являются

$$\alpha_1 = 0, \quad \alpha_2 = 180^\circ, \quad \alpha_3 = 30^\circ$$

(то, что это корни уравнения, проверяется непосредственной подстановкой). Первый и второй корни не подходят. Действительно, корень $\alpha_1 = 0$ отвечает толчку тела вдоль нити. Но при таком движении тело попадет в лунку раньше, чем оно натянет нить один раз, и потому не выполнено условие однократного натяжения нити за исключением начального. Корень $\alpha_2 = 180^\circ$ отвечает толчку противоположно начальному положению нити, что означает, что нить перед попаданием тела в лунку будет натянута только один раз, но этот «раз» совпадает с начальным. Поэтому для этого корня условие попадания при однократном натяжении нити за исключением начального не выполнено. В промежутке между этими корнями существует только один корень уравнения, поскольку угол, под которым расположена траектория тела после натяжения нити, меняется в зависимости от угла, под которым толкнули тело, монотонно (см. рисунок). Это и означает, что три перечисленных корня (из которых подходит только один) исчерпывают все решения уравнения. Уравнение (*) можно решить и непосредственно, воспользовавшись формулой сложения $\sin 3\alpha = \sin(\alpha + 2\alpha)$, а затем формулами для синуса и косинуса двойного угла. Это решение приводит к тем же корням, которые перечислены выше. Таким образом, для попадания в лунку при однократном натяжении нити (за исключением начального) тело нужно толкнуть под углом

$$\alpha = 30^\circ$$

к первоначальному расположению нити.

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное (и обоснованное) утверждение, что после натяжения нити тело будет двигаться с такой же по величине скоростью под тем же углом α к нити - 1 балл
 2. Правильное применение теоремы синусов к треугольнику между нитью, траекторией и направлением на лунку – 1 балл
 3. Правильное уравнение для угла – 1 балл
 4. Правильное решение (все три корня) – 1 балл
 5. Правильное отбрасывание двух корней. Правильный ответ – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.