

Задача 1. Пять роботов угадывали двузначное число. Робот может назвать какое-то число и ему скажут, больше ли загаданное число названного, меньше или равно. Каждый робот угадал загаданное число 17 за 8 вопросов:

- 1-й робот спрашивал в таком порядке: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17;
- 2-й робот: 90, 70, 50, 30, 10, 20, 19, 17;
- 3-й робот: 10, 99, 50, 30, 20, 15, 16, 17;
- 4-й робот: 50, 20, 10, 25, 15, 19, 18, 17;
- 5-й робот: 90, 10, 50, 20, 11, 13, 16, 17.

Конечно, их алгоритмы не самые оптимальные, но один из роботов задал вопрос, на который уже мог сам сказать ответ. Про какое число он в этот момент спросил?

Задача 2. Рассмотрим все $33!$ способа записать 33 буквы русского алфавита подряд. Пусть N_1 — количество полученных «слов» в которых можно найти и «АБ» (т.е. буквы А и Б стоящие рядом именно в таком порядке), и «ВГ», и «ДЕ». Пусть N_2 — количество «слов», в которых можно найти и «АБВ», и «ГДЕ». Найдите N_1/N_2 . Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 3. Сколько существует пар целых чисел (a, b) таких, что $0 \leq a \leq 96$, $0 \leq b \leq 96$ и остаток числа a^2 при делении на 97 меньше остатка числа b^2 при делении на 97?

Задача 4. Последовательность из k целых неотрицательных чисел $a_1, a_2, \dots, a_k$ называется *любопытной последовательностью длины k* , если для каждого $n \geq 3$ выполнено равенство

$$a_n = a_{n-2} - a_{n-1}.$$

Сколько существует любопытных последовательностей длины k , для которых $3 \leq k \leq 10$, $a_k = 0$ и $a_1 \leq 2023$?

Задача 5. Из 8 185 057 спичек сложен клетчатый прямоугольник 2022×2023 (каждая клетка окружена четырьмя спичками). Какое наибольшее количество спичек можно убрать так, чтобы у каждой клетки была убрана ровно одна сторона—спичка?

Задача 6. Окружность ω касается сторон AD , AB и BC параллелограмма $ABCD$, в котором $\angle A < 90^\circ$. Диагональ AC пересекает ω в точках P и Q , причём P лежит между A и Q . Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AP = 3$, $PQ = 9$, $QC = 16$. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Задача 1. Пять роботов угадывали двузначное число. Робот может назвать какое-то число и ему скажут, больше ли загаданное число названного, меньше или равно. Каждый робот угадал загаданное число 17 за 8 вопросов:

- 1-й робот спрашивал в таком порядке: 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17;
- 2-й робот: 90, 70, 50, 30, 10, 20, 19, 17;
- 3-й робот: 10, 99, 50, 30, 20, 15, 16, 17;
- 4-й робот: 50, 20, 10, 25, 15, 19, 18, 17;
- 5-й робот: 90, 10, 50, 20, 11, 13, 16, 17.

Конечно, их алгоритмы не самые оптимальные, но один из роботов задал вопрос, на который уже мог сам сказать ответ. Про какое число он в этот момент спросил?

Ответ: 25

Задача 2. Рассмотрим все $33!$ способа записать 33 буквы русского алфавита подряд. Пусть N_1 — количество полученных «слов» в которых можно найти и «АБ» (т.е. буквы А и Б стоящие рядом именно в таком порядке), и «ВГ», и «ДЕ». Пусть N_2 — количество «слов», в которых можно найти и «АБВ», и «ГДЕ». Найдите N_1/N_2 . Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Ответ: 30

Задача 3. Сколько существует пар целых чисел (a, b) таких, что $0 \leq a \leq 96$, $0 \leq b \leq 96$ и остаток числа a^2 при делении на 97 меньше остатка числа b^2 при делении на 97?

Ответ: 4608

Задача 4. Последовательность из k целых неотрицательных чисел $a_1, a_2, \dots, a_k$ называется *любопытной последовательностью длины k* , если для каждого $n \geq 3$ выполнено равенство

$$a_n = a_{n-2} - a_{n-1}.$$

Сколько существует любопытных последовательностей длины k , для которых $3 \leq k \leq 10$, $a_k = 0$ и $a_1 \leq 2023$?

Ответ: 4682

Задача 5. Из 8 185 057 спичек сложен клетчатый прямоугольник 2022×2023 (каждая клетка окружена четырьмя спичками). Какое наибольшее количество спичек можно убрать так, чтобы у каждой клетки была убрана ровно одна сторона—спичка?

Ответ: 2049296

Задача 6. Окружность ω касается сторон AD , AB и BC параллелограмма $ABCD$, в котором $\angle A < 90^\circ$. Диагональ AC пересекает ω в точках P и Q , причём P лежит между A и Q . Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AP = 3$, $PQ = 9$, $QC = 16$. Если необходимо, округлите ответ с точностью до 0,01.

Ответ: 254,61