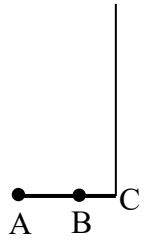


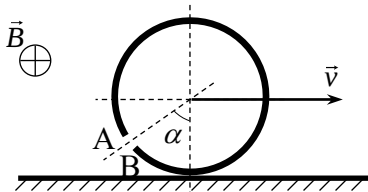
**Решения и критерии оценивания решений задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике,
2025-2026 учебный год, 11 класс, первый комплект (Москва)**

1. В сосуде объёмом $V = 40$ л находятся в равновесном состоянии гелий и $m = 20$ г воды (или водяного пара) при температуре $t = 100^\circ\text{C}$. Известно, что давление газа в сосуде $p = 2 \cdot 10^5$ Па. Определить количество молей гелия в сосуде. Считать, что атмосферное давление $p_a = 10^5$ Па, а водяной пар считать идеальным газом. Молярная масса воды $M = 18$ г/моль. Универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль · К).

2. К невесомому стержню ABC длиной l в точках A и B прикрепили два одинаковых точечных тела. Известно, что $AB:BC=2:1$. За точку C стержень подвесили к очень длинной невесомой и нерастяжимой нити, второй конец которой прикреплен к горизонтальному потолку, и расположили так, как показано на рисунке: нить вертикальна, стержень горизонтален. В некоторый момент времени стержень отпустили.

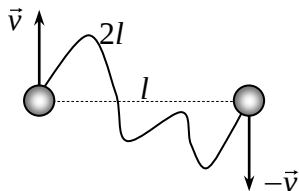
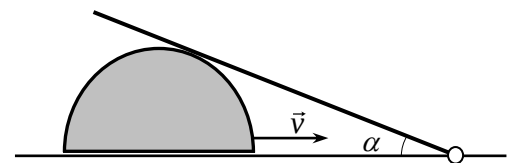


Какими будут скорости точек A, B и C в тот момент, когда стержень будет проходить самое нижнее положение?



3. Имеется сделанное из жесткой металлической проволоки кольцо, из которого вырезан маленький промежуток AB длиной Δl , который много меньше радиуса кольца. Кольцо катится без проскальзывания со скоростью v по горизонтальной поверхности в горизонтальном магнитном поле с индукцией B (см. рисунок). Найти электрическое напряжение на промежутке AB. Какой конец промежутка AB будет заряжен положительно, а какой отрицательно?

5. На горизонтальной поверхности шарнирно закреплен стержень длиной l . Стержень опирается на полушар радиуса R , который двигают со скоростью v в направлении шарнира (см. рисунок). Найти скорость и ускорение конца стержня в тот момент, когда угол между стержнем и поверхностью равен $\alpha = 45^\circ$.



5. Два одинаковых точечных тела покоятся на горизонтальной поверхности на расстоянии l друг от друга. Тела связаны невесомой гибкой нерастяжимой нитью длиной $2l$. В некоторый момент времени телам сообщили одинаковые по величине, но противоположно направленные скорости v . Эти скорости направлены перпендикулярно отрезку между телами (см. рисунок; вид сверху). Найти траекторию тел и её геометрические параметры, а также времена прохождения ее основных участков. Трения и каких-либо неупругих процессов нет.

Решения и критерии оценивания решений задач

1. Исследуем сначала вопрос, в каком состоянии находится вода в сосуде – пара или жидкости. Поскольку состояние газов (и, возможно, жидкости) в сосуде равновесное, то жидкая вода в сосуде может находиться только при условии, что водяной пар является насыщенным. Проверим, может ли данное в условии количество воды стать насыщенным водяным паром. Давление насыщенного водяного пара при температуре $t = 100^\circ\text{C}$ (температуре кипения воды) равно атмосферному давлению $p_a = 10^5$ Па. Тогда уравнение Клапейрона-Менделеева для водяного пара в сосуде дает

$$p_a V = \frac{m_1}{M} RT$$

где $V = 30$ л - объем сосуда, m_1 – масса водяного пара в сосуде, $M = 18$ г/моль – молярная масса воды, R - универсальная газовая постоянная, $T = 373$ К – абсолютная температура газов в сосуде. Из этой формулы находим

$$m_1 = \frac{p_a VM}{RT} = 23,2 \text{ г}$$

А в сосуде только $m = 20$ г воды. Значит, вся жидкая вода испарится, и в сосуде будет ненасыщенный пар. Его давление найдём по закону Клапейрона-Менделеева

$$p_s = \frac{mRT}{MV}$$

А, значит, парциальное давление гелия в сосуде есть

$$p_e = p - p_s = p - \frac{mRT}{MV}$$

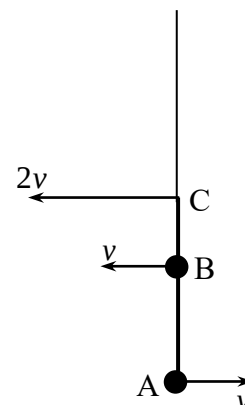
Поэтому для количества вещества гелия в сосуде имеем

$$\nu = \frac{p_e V}{RT} = \frac{\left(p - \frac{mRT}{MV}\right)V}{RT} = \frac{pV}{RT} - \frac{m}{M} = 1,47 \text{ моль.}$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное утверждение, что давление насыщенного водяного пара при температуре кипения воды равняется атмосферному давлению – 1 балл
 2. Доказано, что вся вода в сосуде находится в состоянии водяного пара – 1 балл
 3. Правильно найдено парциальное давление водяного пара в сосуде – 1 балл
 4. Правильно найдено парциальное давление гелия – 1 балл
 5. Правильный ответ (формула и число) – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Поскольку нить очень длинная, при движении стержня она сможет отклониться только на очень небольшие углы от вертикали. Поэтому на систему «стержень-тела» действуют только вертикальные внешние силы – сила тяжести и сила натяжения нити. А это значит, что проекция импульса системы на горизонтальное направление равна нулю в любой момент времени. Поэтому скорости точек А и В в тот момент, когда стержень проходит наинизшее



положение, должны быть равны по величине и направлены противоположно. При этом поскольку скорость точки А направлена вправо, а скорость точки В – налево (см. рисунок). Кроме того, поскольку движение стержня представляет собой вращение вокруг его центра масс (точки, лежащей посередине между точками А и В), а расстояние от точки С до центра масс вдвое больше расстояния от точки В до центра масс, то скорость точки С вдвое больше скорости точки В (см. рисунок)

$$v_A = v_B = v, \quad v_C = 2v$$

Для нахождения v используем закон сохранения энергии. Имеем

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{mv^2}{2} = mg \frac{l}{3} + mgl$$

Отсюда находим

$$v_A = v_B = \sqrt{\frac{4gl}{3}}, \quad v_C = 2\sqrt{\frac{4gl}{3}}.$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильный вывод (с обоснованием), что проекция импульса системы на горизонтальное направление сохраняется – 1 балла
2. Правильное нахождение соотношения между скоростями точек А, В и С – 1 балл
3. Правильное направление скоростей – 1 балл
4. Правильное использование закона сохранения энергии – 1 балл
5. Правильный ответ для скоростей точек А, В и С – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

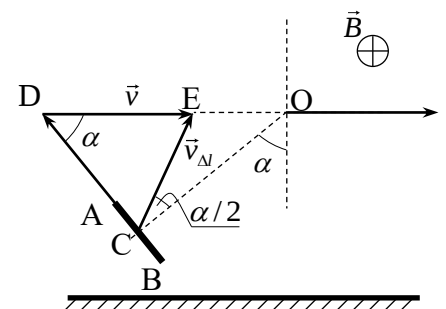
3. Если бы кольцо было целым, напряжение между любыми его точками равнялось бы нулю. Поэтому, если дополнить кольцо до целого, то напряжения на малом промежутке АВ и на большом (т.е. на нашем разрезанном кольце) должны быть одинаковы по величине и противоположными по знаку. Поэтому рассмотрим движение малого проводника длиной Δl , дополняющего кольцо до целого, в перпендикулярном магнитном поле и найдем напряжение на нем.

Для напряжения на проводнике длиной Δl , движущемся со скоростью v в перпендикулярном магнитном поле, имеем

$$U = Bv\Delta l \cos \varphi$$

где φ - угол между скоростью и перпендикуляром к проводнику.

Найдем скорость проводника АВ и угол между его скоростью и перпендикуляром к проводнику. Как известно, скорости точек катящегося без проскальзывания кольца можно найти как векторную сумму вектора с модулем, равным v и направленным по касательной к кольцу и вектора $\vec{v}$. Это сложение векторов выполнено на рисунке. Поскольку треугольник сложения скоростей CDE равнобедренный, в котором угол при вершине равен α , то величина скорости элемента Δl равна



$$v_{\Delta l} = 2v \sin \alpha / 2,$$

а угол между вектором $\vec{v}_{\Delta l}$ и перпендикуляром к проводнику равен $\varphi = \alpha / 2$ (см. рисунок). Отсюда получаем

$$U = Bv2\Delta l \sin(\alpha/2)\cos(\alpha/2) = Bvl \sin \alpha$$

При этом для прямого проводника АВ, движущегося со скоростью $\vec{v}_{\Delta l}$, показанной на рисунке, сила Лоренца, действующая на положительные заряды со стороны магнитного поля, направленного за чертеж, согласно правилу левой руки направлена к А, а для отрицательных зарядов – к В. Поэтому конец проводника А будет заряжен положительно, В – отрицательно. А для промежутка кольца ситуация обратная.

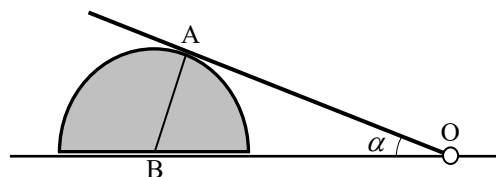
Ответ. Напряжение на промежутке кольца АВ равно $U = Bvl \sin \alpha$, точка А заряжена отрицательно, Точка В - положительно.

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная идея решения – рассмотреть движение малого проводника, замыкающего кольцо – 1 балл
2. Правильно найдена скорость проводника - 1 балл
3. Правильно найден угол между скоростью и перпендикуляром к проводнику – 1 балл
4. Правильный ответ для величины напряжения на промежутке кольца - 1 балл
5. Правильный знак для напряжения на промежутке кольца (правильные знаки зарядов точек А и В) – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Пусть расстояние от центра полушара до шарнира в некоторый момент, условно взятый за начальный, равно l_0 . И пусть после этого момента прошло время t . Тогда расстояние от центра полушара до шарнира будет равно $l_0 - vt$. А



поскольку треугольник ОВА в любой момент времени прямоугольный (см. рисунок), для синуса угла α наклона стержня к поверхности имеем

$$\sin \alpha = \frac{R}{l_0 - vt}.$$

Дифференцируя правую и левую часть этой формулы по времени, получим

$$\cos \alpha \frac{d\alpha}{dt} = \frac{Rv}{(l_0 - vt)^2} = \frac{R^2 v}{(l_0 - vt)^2 R} = \frac{v}{R} \sin^2 \alpha.$$

Отсюда находим угловую скорость вращения стержня

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt} = \frac{Rv}{(l_0 - vt)^2} = \frac{R^2 v}{(l_0 - vt)^2 R} = \frac{v \sin^2 \alpha}{R \cos \alpha}, \quad (*)$$

а затем и линейную скорость v_1 его конца в тот момент времени, когда угол между стержнем и поверхностью равен α

$$v_1 = \omega l = \frac{vl \sin^2 \alpha}{R \cos \alpha}$$

Найдем теперь ускорение конца стержня. Поскольку стержень вращается с переменной угловой скоростью (т.к. угол α меняется), у него есть как нормальное, так и тангенциальное ускорение. Нормальное ускорение конца стержня в рассматриваемый момент есть

$$a_n = \omega^2 l = \frac{v^2 l \sin^4 \alpha}{R^2 \cos^2 \alpha}.$$

Тангенциальное ускорение конца стержня найдем, дифференцируя модуль скорости конца стержня по времени

$$a_\tau = \frac{dv_1}{dt} = \frac{vl}{R} \frac{d}{dt} \left(\frac{\sin^2 \alpha}{\cos \alpha} \right) = \frac{vl}{R} \left(2 \sin \alpha \frac{d\alpha}{dt} - \frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} (-\sin \alpha) \frac{d\alpha}{dt} \right) = \frac{vl}{R} \frac{\sin \alpha}{\cos^2 \alpha} (1 + \cos^2 \alpha) \frac{d\alpha}{dt}$$

Используя теперь производную $d\alpha/dt$ (*), получим

$$a_\tau = \frac{v^2 l}{R^2} \frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} (1 + \cos^2 \alpha)$$

Поэтому ускорение конца стержня есть

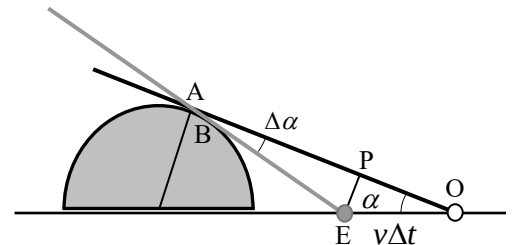
$$a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = \frac{v^2 l}{R^2} \frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} \sqrt{\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + (1 + \cos^2 \alpha)^2}$$

Для $\alpha = 45^\circ$ имеем

$$a = \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{v^2 l}{R^2}$$

Другой способ решения. Формулу для угловой скорости стержня можно получить и по-другому, без дифференцирования.

Рассмотрим положение стержня, когда угол между ним и горизонтальной поверхностью равен α . Пусть после этого проходит малый интервал времени Δt . Найдем угол $\Delta\alpha$ поворота стержня за указанный интервал времени. Проще всего это сделать в системе отсчета, связанной с полушаром — в ней полушар покоится, а к нему со скоростью v приближается шарнир с прикрепленным к нему стержнем (см. рисунок; положение стержня спустя интервал времени Δt показано более светлым). Так как и в новом, и в старом положениях стержень является касательным к полушару, угол между радиусами полушара, проведенными в точки касания стержня (А и В на рисунке), также равен $\Delta\alpha$. Поэтому из-за малости угла $\Delta\alpha$ точки А и В практически совпадают.



Опустим в треугольнике ЕАО перпендикуляр ЕР. Из-за малости угла $\Delta\alpha$ треугольник АРЕ практически равнобедренный, с боковой стороной $AP=AE=R \operatorname{ctg} \alpha$. Из прямоугольного треугольника ЕРО находим

$$EP = v \Delta t \sin \alpha$$

Поэтому для угла $\Delta\alpha$ получаем

$$\Delta\alpha = \frac{EP}{AE} = \frac{EP}{AP} = \frac{v \sin \alpha}{R \operatorname{ctg} \alpha} = \frac{v \Delta t \sin^2 \alpha}{R \cos \alpha}$$

В системе отсчета, связанной с землей, стержень только вращается, и его угловая скорость есть

$$\omega = \frac{\Delta \alpha}{\Delta t} = \frac{v \sin^2 \alpha}{R \cos \alpha}.$$

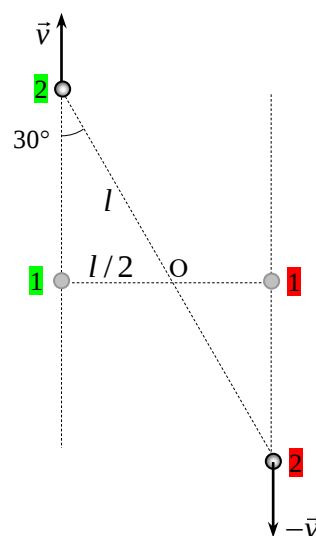
т.е. тот же самый результат, что и при первом способе решения. Поэтому и все остальное будет таким же.

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильно найдена зависимость угла наклона стержня к поверхности от времени – 1 балл
 2. Правильно найдена скорость конца стержня - 1 балл
 3. Правильно найдено нормальное ускорение конца стержня – 1 балл
 4. Правильно найдено тангенциальное ускорение конца стержня - 1 балл
 5. Правильно найдено ускорение конца стержня – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Пока тела не натянут нить, они движутся прямолинейно и равномерно.

Нить натянется, когда углы между скоростями зарядов и соединяющей их прямой равны 30° (см. рисунок, на котором этот угол показан только для одного из тел). Действительно в момент натягивания нити в треугольнике 12О (1 – первоначальное положение тела, 2 – его положение в момент натягивания нити, О – центр масс тел, который не должен двигаться, поскольку суммарный импульс системы равен нулю; здесь и далее крайние положения первоначально левого тела выделены зеленым, первоначально правого - красным).



В момент натягивания нити кратковременно возникнет сила натяжения, которая изменит составляющие скоростей тел, направленные вдоль нити, но не изменит перпендикулярных составляющих их скоростей. Для составляющих скоростей тел, параллельных нити справедливы законы сохранения импульса и энергии

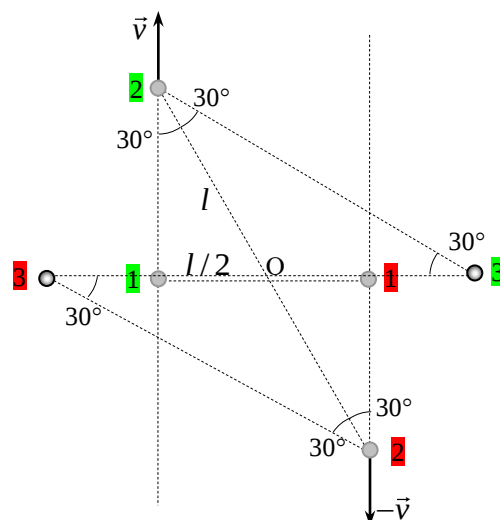
$$mv_{\parallel} - mv_{\parallel} = mv'_{\parallel} - mv'_{\parallel}$$

$$\frac{mv_{\parallel}^2}{2} + \frac{mv_{\parallel}^2}{2} = \frac{mv_{\parallel}^{\prime 2}}{2} + \frac{mv_{\parallel}^{\prime 2}}{2}$$

где $v_{\parallel}$ - составляющие скоростей тел, направленные вдоль нити до ее натяжения, $v'_{\parallel}$ - составляющие скоростей тел, направленные вдоль нити после ее натяжения (одинаковые для двух тел в силу симметрии задачи). Решая эту систему уравнений, получим два набора корней

$$v'_{\parallel} = v_{\parallel} \quad \text{и} \quad v'_{\parallel} = -v_{\parallel}$$

Первый корень отвечает отсутствию взаимодействия, поэтому наш корень – второй, который означает, что после натягивания нити составляющие скоростей тел, параллельные нити, меняют знак, т.е. тела начинают двигаться навстречу друг другу. А с учетом того, что перпендикулярные нити



составляющие скоростей не изменятся, это означает, что тела будут двигаться под углом 30° к натянутой нити, но с другой стороны от нее (см. рисунок). Далее нить сомнется, и тела будут двигаться свободно до нового натягивания нити. В результате нового натягивания нити тела займут положения **3** и **3**, показанные на рисунке, а нить в этом положении будет идти вдоль отрезка, соединявшего тела в самом начале.

После этого произойдет новое взаимодействие тел через нить в результате которого составляющие их скоростей, направленные вдоль нити, поменяют направление, а перпендикулярные составляющие не изменятся. Поэтому тела будут двигаться под углами 30° к направлению **33** (см. рисунок), сомнут нить и будут двигаться свободно до ее следующего натягивания. Новое положение, в котором тела натянут нить, отмечено на следующем рисунке цифрами **4** и **4**. Нить в этом положении займет положение **44**.

После этого произойдет новое взаимодействие тел через нить, в результате которого они начнут двигаться под углом 30° к направлению **44**, и далее движение будет повторяться.

Таким образом, каждое тело будет двигаться по сторонам равностороннего треугольника, причем движение тел происходит с постоянными скоростями (за исключением точек, в которых натягивается нить – в них скорости тел меняются). Эти треугольники показаны на рисунке зеленым (для того тела, которое было слева) и красным (для того тела, которое было справа). Последовательные положения тел отмечены точками **12341** (для левого тела) и **12341** (для правого). Пунктиром на этом рисунке показаны положения нити в те моменты, когда она натянута **22**, **33** и **44**.

Найдем параметры траектории тел. Геометрически очевидно, что каждая сторона треугольника есть

$$a = 2l \cos 30^\circ = \sqrt{3}l.$$

Поэтому длина траектории для каждого тела есть

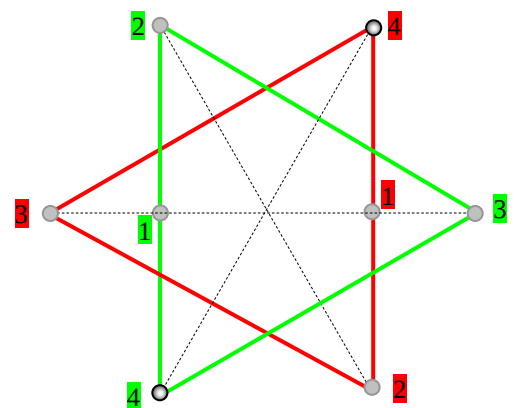
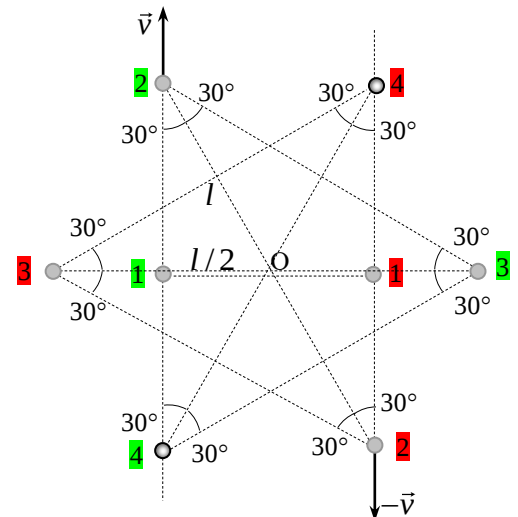
$$3a = 3\sqrt{3}l,$$

и, следовательно, тела проходят всю траекторию за время

$$t = \frac{3\sqrt{3}l}{v}.$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Доказано, что в момент натягивания нити параллельные составляющие скоростей меняются на противоположные, а перпендикулярные не меняются – 1 балл



2. Доказано, что в момент первого натягивания нити скорости тел направлены под углом 30° к нити – 1 балл
3. Доказано, что после первого натягивания нити тела сминают нить и движутся под углом 30° к направлению нити в тот момент, когда она была натянута – 1 балл
4. Правильные траектории тел – 1 балл
5. Правильная длина траектории и время движения по ней – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Комментарий. Если нет доказательства, что в момент натяжения нити тела обмениваются проекциями скоростей на направление нити, по первому критерию нужно ставить 0.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.