

Олимпиада школьников «Покори Воробьёвы горы!»

Математика. 10 классы. Заключительный этап 2025/2026 учебного года

Вариант 10Е-1

1. Найдите число решений уравнения

$$2^{2 \sin x} + 7^{2 \sin x} + 1 = 14^{\sin x} + 2^{\sin x} + 7^{\sin x}$$

на отрезке $[-3, 14; 315]$.

2. Уравнение $x^3 + (23 + 10\sqrt{3})x = (10 + \sqrt{3})x^2 + 23\sqrt{3}$ имеет три корня: a , b и c . Какие значения может принимать объем параллелепипеда со сторонами $a + 1$, $b + 1$, $c + 1$?
3. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD взаимно перпендикулярны, угол A – прямой, $AC = AD$. На стороне AB выбрана точка M так, что MC пересекает BD в точке N , $BM = BN = AD$. Найдите площадь четырехугольника $ABCD$, если $DC = 6$.
4. Таня задумала две такие цифры a и b , что составленное из них двузначное число является простым и произведение двух четырёхзначных чисел $\overline{793a}$ и $\overline{1b09}$ при делении на 11 дает в остатке 1. Определите все возможные значения получающегося простого числа.
5. На доске написаны некоторые целые числа. На каждом шаге мы выбираем числа a и b и заменяем их на числа $5a - 3b$ и $7a - 5b$. Вначале были записаны числа 15, 16, 17, ..., 40. Можно ли через конечное число шагов получить на доске числа 2001, 2002, 2003, ..., 2026?
6. Петя и Вася играют в кубики. За один ход Петя бросает правильный 12-гранник (додекаэдр) с числами 1, 2, ..., 12 на гранях. За один ход Вася бросает два кубика (гексаэдра) с числами 1, 2, ..., 6 на гранях и складывает два выпавших на них числа. Побеждает тот игрок, у кого больше очков. Второй ход делается только в случае равного количества очков. Если победитель опять не выявлен, делается третий ход. После этого игра заканчивается в любом случае.
- А) Какова вероятность, что Петя выиграет уже после первого хода?
- Б) Какова вероятность того, что победитель так и не будет выявлен?
- В) У кого из игроков вероятность выиграть больше, и чему она равна?

Апрель 2026 г.