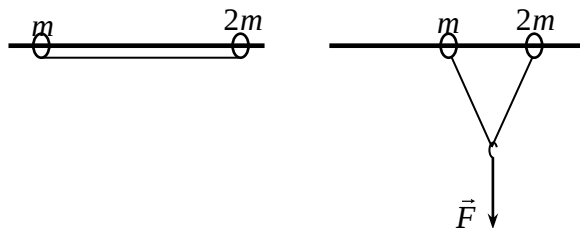


Решения
Отборочный тур олимпиады «Росатом», 2024-2025 учебный год,
Олимпиада памяти И.В.Савельева, физика, 11 класс

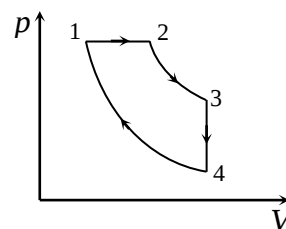
1. К поплавку массой $m = 20$ г, плавающему в воде, привязана леска с грузом. При этом поплавок погружён в воду на две трети своего объёма. Найти в этом положении силу натяжения лески, если свободно плавающий в воде поплавок погружён в неё на одну четвертую часть своего объёма. $g = 10$ м/с².

2. На гладкую горизонтальную спицу надели две массивных бусинки массами m и $2m$ связанные легкой нерастяжимой нитью длиной $2L$. Вначале нить натянута и является горизонтальной (см. левый рисунок). Затем нить зацепили легким крюком и стали тянуть его с силой F , направленной вертикально вниз (см. правый рисунок). Какую скорость будут иметь бусинки в момент их столкновения?

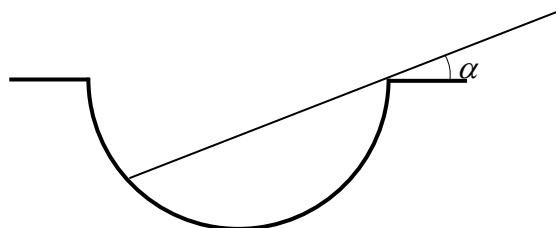


3. На склоне горы, составляющем угол α с горизонтом, на множество мелких осколков взорвалась граната. Осколки полетели во все стороны с одинаковой по величине начальной скоростью v_0 . На каком расстоянии от места взрыва упадет последний упавший на склон осколок?

4. С одноатомным идеальным газом проводят циклический процесс, состоящий из изобарического (1-2), адиабатического (2-3), изохорического (3-4) и адиабатического (4-1) процессов (см. рисунок). Известно, что: (1) КПД цикла Карно, проводимого между изотермами, отвечающими максимальной и минимальной температурами в этом цикле, равен $\eta_1 = 0,75$, (2) КПД цикла Карно с адиабатным расширением 2-3 равен $\eta_2 = 0,25$, (3) КПД цикла Карно с адиабатным сжатием 4-1 равен $\eta_3 = 0,5$. Найти КПД цикла 1-2-3-4-1.



5. В полусферическую гладкую лунку радиуса R положили стержень длиной $2L$ (см. рисунок). Каким будет угол между стержнем и горизонтальной плоскостью в равновесии стержня (угол α на рисунке). Трение между всеми поверхностями отсутствует. Плоскость, «закрывающая» полусферическую лунку, горизонтальна.



Решения

1. Пусть масса поплавок m , объем V . Тогда условие плавания поплавок с леской и грузом дает

$$mg + T = \rho g \frac{2}{3}V$$

где T - сила натяжения лески, ρ - плотность воды. Для свободно плавающего поплавок условие плавания дает

$$mg = \rho g \frac{1}{4}V$$

Деля эти равенства друг на друга, получим

$$\frac{mg + T}{mg} = \frac{8}{3}$$

Решая это уравнение, найдем

$$T = \frac{5}{3}mg = 0,33 \text{ Н}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование формулы для выталкивающей силы Архимеда - 1 балл

2. Правильное условие плавания поплавок с леской – 1 балл

3. Правильное условие плавания свободно плавающего поплавок – 1 балл

4. Правильное уравнение для силы натяжения лески – 1 балл

5. Правильный ответ (и формула, и число) – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Внешними силами для системы двух бусинок являются силы тяжести, силы реакции спицы и внешняя сила F , приложенная к крюку. А поскольку все эти силы вертикальны, сохраняется проекция импульса системы на горизонтальное направление: если скорость тела массой m в некоторый момент времени равна v , то у тела массой $2m$ скорость в этот же момент времени равна $v/2$.

А поскольку потенциальная энергия системы не уменьшается (тела движутся горизонтально), то эти скорости связаны с работой внешней силы. До момента встречи тел точка приложения силы F пройдет расстояние L . Поэтому работа внешней силы равна FL , а закон сохранения энергии дает

$$\frac{mv^2}{2} + \frac{2m(v/2)^2}{2} = FL$$

откуда находим, что скорость тела m в момент столкновения со вторым телом равна

$$v_1 = 2\sqrt{\frac{FL}{3m}},$$

а скорость тела массой $2m$ равна

$$v_2 = \sqrt{\frac{FL}{3m}}$$

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная идея использовать законы сохранения импульса и энергии - 1 балл

2. Правильное соотношение между скоростями из закона сохранения импульса – 1 балл

3. Правильная работа внешней силы – 1 балл

4. Правильное уравнение закона сохранения энергии – 1 балл

5. Правильный ответ – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. Движение осколков от склона и к нему определяется проекциями векторов начальной скорости и ускорения на направление, перпендикулярное плоскости. А поскольку ускорение у всех осколков одинаковое, то это движение зависит от проекции вектора начальной скорости. В частности, очевидно, что дольше всех будет лететь тот осколок, проекция вектора начальной скорости которого максимальна. Это тот осколок, вектор начальной скорости которого перпендикулярен склону.

Так как проекция ускорения свободного падения на направление, перпендикулярное склону, есть $a_{\perp} = g \cos \alpha$, то время движения этого осколка есть

$$t = \frac{2v_0}{a_{\perp}} = \frac{2v_0}{g \cos \alpha}.$$

Движение этого осколка вдоль склона - равноускоренное с ускорением $a_{\parallel} = g \sin \alpha$ без начальной скорости. Поэтому вдоль склона этот осколок сместится на величину

$$\Delta x = \frac{g \sin \alpha t^2}{2} = \frac{2v_0^2 \sin \alpha}{g \cos^2 \alpha}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 5 баллов)

1. Правильно использованы законы равноускоренного движения – 1 балл

2. Правильный (и обоснованный) вывод, что последним на склон упадет осколок, начальная скорость которого перпендикулярна склону – 1 балл

3. Правильно найдено время движения этого осколка – 1 балл

4. Правильное уравнение движения этого осколка вдоль склона – 1 балл

5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за задачу является суммой оценок по вышеперечисленным критериям

4. Пусть температуры газа в состояниях 1, 2, 3 и 4 соответственно равны: T_1 , T_2 , T_3 и T_4 . Тогда очевидно, что T_2 - максимальная температура газа в цикле, T_4 - минимальная. Поэтому КПД цикла Карно, проводимого между максимальной и минимальной температурами в цикле, равен

$$\eta_1 = 1 - \frac{T_4}{T_2}$$

КПД цикла Карно с адиабатическим расширением 2-3 равен

$$\eta_2 = 1 - \frac{T_3}{T_2}$$

КПД цикла Карно с адиабатическим сжатием 4-1 равен

$$\eta_3 = 1 - \frac{T_4}{T_1}$$

Теперь найдем КПД цикла 1-2-3-4-1. Газ получал от нагревателя тепло на участке 1-2, отдавал холодильнику – на участке 3-4. Поскольку процесс 1-2 изобарический, газ получил в этом процессе количество теплоты

$$Q_{\text{н}} = \frac{5}{2} \nu R (T_2 - T_1).$$

Процесс 3-4 – изохорический, поэтому газ отдал холодильнику в этом процессе количество теплоты

$$Q_{\text{х}} = \frac{3}{2} \nu R (T_3 - T_4)$$

Поэтому КПД цикла 1-2-3-4-1 равен

$$\eta = 1 - \frac{Q_x}{Q_n} = 1 - \frac{3(T_3 - T_4)}{5(T_2 - T_1)} = 1 - \frac{3\left(\frac{T_3}{T_2} - \frac{T_4}{T_2}\right)}{5\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)}$$

Используя теперь данные в условии задачи КПД, найдем

$$\frac{T_4}{T_2} = 1 - \eta_1, \quad \frac{T_4}{T_1} = 1 - \eta_3, \quad \frac{T_1}{T_2} = \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_3}$$

В результате получим для КПД цикла 1-2-3-4-1

$$\eta = 1 - \frac{3((1 - \eta_2) - (1 - \eta_1))}{5\left(1 - \frac{1 - \eta_1}{1 - \eta_3}\right)} = 1 - \frac{3(\eta_1 - \eta_2)(1 - \eta_3)}{5(\eta_1 - \eta_3)} = 0,4$$

Критерии проверки (максимальная оценка за задачу – 5 баллов)

1. Использовано правильное соотношение для КПД цикла Карно – 1 балл
 2. Правильные формулы для КПД циклов Карно с разными температурами нагревателя и холодильника – 1 балл
 3. Правильно определены нагреватель и холодильник в цикле 1-2-3-4-1 – 1 балл
 4. Правильные соотношения для КПД цикла 1-2-3-4-1 через температуры газа в разных состояниях – 1 балл
 5. Правильный ответ для КПД цикла 1-2-3-4-1 (формула и число) – 1 балл
- Оценка за задачу складывается из оценок по данным критериям

5. Здесь можно пойти традиционным методом – силы, моменты, условие равновесия... Но технически оказывается более простым нахождение минимума потенциальной энергии.

Положению равновесия любого тела отвечает минимум его потенциальной энергии. Давайте найдем потенциальную энергию как функцию угла α , а потом найдем минимум этого выражения. Но сначала некоторые геометрические действия.

Раз угол между стержнем и верхней плоскостью лунки равен α , то угол между нижней тоской стержня и горизонталью тоже равен α . Но углу α равен и угол между стержнем и направлением на центр лунки из нижней точки стержня (угол OAB). Действительно, углы OBA и CBD равны как вертикальные, а углы OAB и OBA равны как углы при основании равнобедренного треугольника AOB. Поэтому нижняя точка стержня поднята над нижней точкой лунки на величину

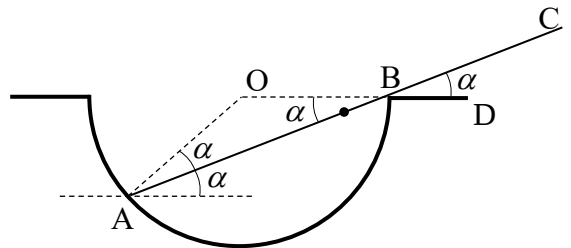
$$R - R \sin 2\alpha$$

а центр тяжести стержня (показан точкой на рисунке) на величину $L \sin \alpha$ над этой точкой. Поэтому потенциальная энергия стержня относительно нижней точки лунки как функция угла наклона стержня α равна

$$\Pi(\alpha) = mgh = mg(R(1 - \sin 2\alpha) + L \sin \alpha)$$

Дифференцируя эту функцию по α и приравнявая производную к нулю, получим

$$-2R \cos 2\alpha + L \cos \alpha = 0$$



После простейших преобразований это равенство приводится к следующему квадратному уравнению относительно $\cos \alpha$:

$$\cos^2 \alpha - \frac{L}{4R} \cos \alpha - \frac{1}{2} = 0$$

Решая это квадратное уравнение, получим

$$\alpha = \arccos \left(\frac{1}{8R} \left(L + \sqrt{L^2 + 32R^2} \right) \right)$$

(второй корень является отрицательным, у нас же угол α заведомо острый с положительным косинусом).

Критерии оценивания решений задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильная идея решения – использование условия минимума потенциальной энергии или уравнений статики - 1 балл**
- 2. Правильное геометрически нахождение всех углов (как в приведенном выше решении, или при решении через силы, между силами) – 1 балл**
- 3. Правильно найдена потенциальная энергия стержня (или правильные уравнения статики) – 1 балл**
- 4. Правильное уравнение для нахождение тригонометрической функции угла α – 1 балл**
- 5. Правильный ответ – 1 балл.**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.