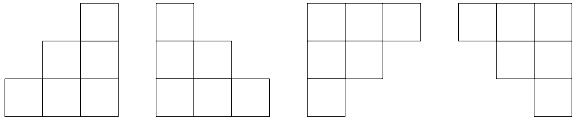
LXXXIX Московская математическая олимпиада

28 марта 2026 года ⧫ 11 класс, второй день

Задача 1. В каждой клетке бесконечной клетчатой плоскости записано по одному действительному числу так, что суммы чисел во всех группах клеток, образующих «лесенку» (см. рисунок), одинаковы. Может ли среди записанных чисел быть по крайней мере 89 различных?



Задача 2. Действительные числа a, b, c, d таковы, что

$$a + \operatorname{arctg} b > c + \operatorname{arctg} d, \quad b + \operatorname{arctg} a > d + \operatorname{arctg} c.$$

Докажите, что $a + b > c + d$.

Задача 3. В остроугольном треугольнике ABC высоты AD, BE и CF пересекаются в точке H. Три окружности с центрами в точках D, E, F, проходящие через H, пересекают прямые BC, CA и AB соответственно в шести различных точках. Докажите, что эти шесть точек можно разбить на две тройки так, чтобы для двух треугольников, образованных этими тройками точек, нашлась окружность, касающаяся всех шести прямых, содержащих стороны этих треугольников.

Задача 4. В классе, состоящем из не менее 5 учеников (девочек и мальчиков), провели контрольную работу. Известно, что во время работы каждая пара школьников пообщалась и ровно один из учеников в этой паре помог другому. В результате оказалось, что для каждого ученика среди тех, кому он помог, поровну девочек и мальчиков. Сколько учеников могло быть в классе?

Задача 5. Назовём натуральное $N > 1$ *хорошим*, если найдутся такие натуральные числа $a_1, \ldots, a_N$, что наибольшие общие делители всевозможных пар из них образуют $N(N-1)/2$ последовательных натуральных чисел. Существует ли хорошее натуральное число, большее 10^{100}?

Задачи, решения, информация о закрытии

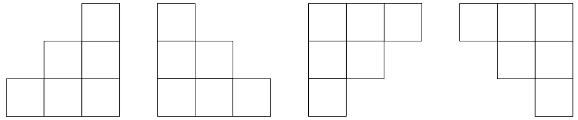
LXXXIX Московской математической олимпиады

на сайте `mccme.ru/mmo/`

LXXXIX Московская математическая олимпиада

28 марта 2026 года ⧫ 11 класс, второй день

Задача 1. В каждой клетке бесконечной клетчатой плоскости записано по одному действительному числу так, что суммы чисел во всех группах клеток, образующих «лесенку» (см. рисунок), одинаковы. Может ли среди записанных чисел быть по крайней мере 89 различных?



Задача 2. Действительные числа a, b, c, d таковы, что

$$a + \operatorname{arctg} b > c + \operatorname{arctg} d, \quad b + \operatorname{arctg} a > d + \operatorname{arctg} c.$$

Докажите, что $a + b > c + d$.

Задача 3. В остроугольном треугольнике ABC высоты AD, BE и CF пересекаются в точке H. Три окружности с центрами в точках D, E, F, проходящие через H, пересекают прямые BC, CA и AB соответственно в шести различных точках. Докажите, что эти шесть точек можно разбить на две тройки так, чтобы для двух треугольников, образованных этими тройками точек, нашлась окружность, касающаяся всех шести прямых, содержащих стороны этих треугольников.

Задача 4. В классе, состоящем из не менее 5 учеников (девочек и мальчиков), провели контрольную работу. Известно, что во время работы каждая пара школьников пообщалась и ровно один из учеников в этой паре помог другому. В результате оказалось, что для каждого ученика среди тех, кому он помог, поровну девочек и мальчиков. Сколько учеников могло быть в классе?

Задача 5. Назовём натуральное $N > 1$ *хорошим*, если найдутся такие натуральные числа $a_1, \ldots, a_N$, что наибольшие общие делители всевозможных пар из них образуют $N(N-1)/2$ последовательных натуральных чисел. Существует ли хорошее натуральное число, большее 10^{100}?

Задачи, решения, информация о закрытии

LXXXIX Московской математической олимпиады

на сайте `mccme.ru/mmo/`