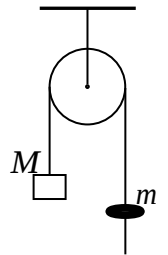


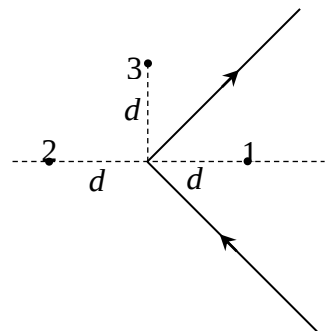
**Решения и критерии оценивания решений задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике,
2024-2025 учебный год, 11 класс, первый комплект (Москва)**

1. Во взрывной камере находится смесь метана (CH_4) и кислорода (O_2) при температуре $t = 100^\circ C$ и давлении $p = (8/3)p_0$ (p_0 - атмосферное давление), причем парциальные давления метана и кислорода в смеси одинаковы. От электрической искры в камере происходит взрыв – соединение метана с кислородом с образованием углекислого газа (CO_2) и воды (H_2O) и выделением большого количества теплоты. Известно, что прореагировало максимально возможное количество метана. Найти давление в камере после охлаждения продуктов сгорания до первоначальной температуры $t = 100^\circ C$. Все газы считать идеальными. Объемом сконденсировавшейся воды пренебречь.

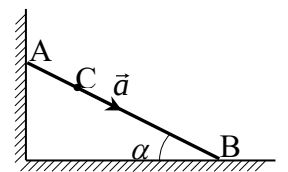
2. Через невесомый блок, прикрепленный к потолку переброшена невесомая и нерастяжимая нить. К одному концу нити прикреплен груз некоторой массы M . На второй конец нити с натягом надето кольцо массой m , благодаря чему между кольцом и нитью действует сила трения, максимальное значение которой равно $1,1mg$. В каких пределах должна лежать масса M груза, чтобы кольцо не скользило по нити? Какой должна быть максимальная сила трения между кольцом и нитью, чтобы проскальзывание не возникало ни при каких значениях M ?



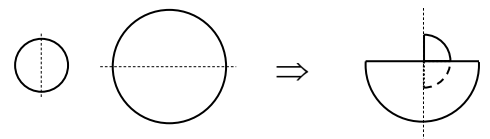
3. Бесконечный провод, по которому течет электрический ток, изогнут под прямым углом. Индукция магнитного поля провода в точке 1, лежащей на биссектрисе угла, образованного проводом, на расстоянии d от вершины равна B_1 . Индукция магнитного поля провода в точке 2, лежащей на продолжении биссектрисы угла, образованного проводом, на расстоянии d от вершины равна B_2 . Найти индукцию магнитного поля провода в точке 3, лежащей на перпендикуляре к биссектрисе угла, образованного проводом, на расстоянии d от вершины (см. рисунок).



4. Жесткий стержень АВ движется под действием некоторых сил так, что его концы А и В скользят по вертикальной стене и горизонтальному полу соответственно (см. рисунок). В некоторый момент времени, когда стержень составляет угол α с полом, ускорение точки С, лежащей на расстоянии четверти длины стержня от точки А, направлено вдоль стержня вниз (см. рисунок) и равно по величине a_C . Найти ускорения концов стержня в этот момент.



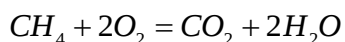
5. Диэлектрическую сферу радиуса R , равномерно заряженную зарядом q , разрезали на две одинаковые части. Вторую диэлектрическую сферу радиуса $2R$, заряженную зарядом $3q$, также разрезали на две одинаковые части (см. левый рисунок). Затем половинку меньшей сферы и



половинку большой расположили и удерживают так, как это показано на правом рисунке - у полусфер общий центр, а плоскости разреза перпендикулярны друг другу. Найти величину и направление силы взаимодействия полусфер.

Решения и критерии оценивания решений задач

1. Поскольку парциальные давления метана и кислорода одинаковы, то количества вещества этих газов одинаковы (пусть количество молей метана и кислорода до прохождения реакции равны ν_0). Далее. В результате химической реакции



образуются углекислый газ и вода, причем в реакцию на каждую молекулу метана вступают две молекулы кислорода. Следовательно, прореагирует весь кислород и половина молекул метана. В результате во взрывной камере будут содержаться: $\nu_0/2$ молей метана, не вступившего в реакцию, столько же - $\nu_0/2$ - молей углекислого газа и вдвое большее количество - ν_0 - молей воды. Поэтому из закона Клапейрона-Менделеева для каждой компоненты смеси заключаем, что когда температура смеси газов опустится до первоначального значения $t = 100^\circ C$ $\nu_0/2$ молей метана дадут парциальное давление, равное половине первоначального парциального давления метана или кислорода, т.е.

$$p_{CH_4} = \frac{2}{3} p_0.$$

Аналогично $\nu_0/2$ молей углекислого газа дадут такое же парциальное давление, равное половине первоначального парциального давления метана или кислорода, т.е.

$$p_{CO_2} = \frac{2}{3} p_0.$$

Если бы вся вода была бы в состоянии водяного пара, то парциальное давление воды было бы вдвое больше, чем парциальное давление метана или углекислого газа, т.е. $(4/3)p_0$. Но поскольку давление насыщенного водяного пара при температуре $t = 100^\circ C$ равно атмосферному давлению p_0 , парциальное давление водяного пара будет равно атмосферному давлению

$$p_{H_2O} = p_0,$$

а одна четверть молекул водяного пара сконденсируется. Поэтому давление во взрывной камере будет равно

$$p = p_{CH_4} + p_{CO_2} + p_{H_2O} = \frac{2}{3} p_0 + \frac{2}{3} p_0 + p_0 = \frac{7}{3} p_0$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование закона Дальтона и вывод, что число молей метана и кислорода в первоначальной смеси одинаково – 1 балл
2. Правильное уравнение реакции – 1 балл
3. Правильно найдены количества вещества продуктов реакции и непрореагировавшего метана во взрывной камере – 1 балл
4. Правильный вывод, что часть молекул водяного пара сконденсируется, и найдено парциальное давление водяного пара в получившейся смеси – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Комментарий. Если не проверено, что давление паров воды при температуре 100°C больше атмосферного, и потому будет конденсация пара, а давление не сконденсировавшегося пара будет равно атмосферному, по 4 критерию должен быть поставлен 0.

2. При движении системы грузов на нить со стороны груза M действует определенная сила и натягивает ее. Поскольку нить невесома, то сумма сил, действующих на нее должна равняться нулю, и, следовательно, кольцо должно действовать на нить такой же силой. Но сила взаимодействия кольца и нити – это сила трения, которая не может превосходить максимальную силу трения покоя $1,1mg$. Таким образом, сила натяжения нити T не может превосходить $1,1mg$, и в случае, если $T < 1,1mg$, кольцо не будет скользить по нити, и груз и кольцо будут двигаться так же, как два тела, связанные нитью на блоке.

Отсюда следует способ решения – рассмотреть малые значения массы груза M , при которых заведомо не будет скольжения кольца по нити, и груз и кольцо будут иметь одинаковые по величине ускорения. В этом случае найти силу натяжения нити, и исследовать ее поведение при изменении массы груза – если при каких-то ее значениях сила натяжения сравняется с величиной $1,1mg$, возникнет проскальзывание кольца по нити. Реализуем этот план.

При условии, что кольцо не скользит по нити, ускорения груза и кольца одинаковы по величине. В этом случае второй закон Ньютона для груза и кольца в проекциях на оси, направленную вниз для груза и вверх для кольца, имеет вид

$$\begin{aligned}Ma_x &= Mg - T \\ ma_x &= T - mg\end{aligned}$$

где a_x - проекция ускорения тел на эти оси, T - сила натяжения нити. Отсюда находим силу натяжения

$$T = \frac{2mMg}{m + M} \quad (*)$$

Из этой формулы следует, что при малых M сила натяжения мала и проскальзывания не возникает. Но с ростом массы груза M сила натяжения растет и если

$$\frac{2mMg}{m + M} = 1,1mg \quad \Rightarrow \quad M = \frac{1,1}{0,9}m = 1,2m$$

возникает проскальзывание между кольцом и нитью. Поэтому проскальзывание не будет возникать, если

$$0 < M < 1,2m$$

Из формулы (*) следует также, что максимальная сила натяжения нити достигается при $M \rightarrow \infty$, и она равна

$$T_{\max} = 2mg$$

Следовательно, если максимальное значение силы трения между нитью и кольцом будет больше, чем $2mg$, проскальзывание не возникнет ни при какой массе груза.

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная (и обоснованная) идея решения: сила натяжения нити должна быть меньше максимальной силы трения между кольцом и нитью – 1 балла
2. Правильные уравнения второго закона Ньютона для тел при условии, что нет скольжения кольца по нити – 1 балл
3. Правильно найдена сила натяжения нити – 1 балл
4. Правильный ответ для масс груза, при которых не будет скольжения между кольцом и нитью – 1 балл
5. Правильный ответ для силы трения, при котором не будет скольжения при любых массах груза – 1 балл.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты. Примечание. Возможно решение, в котором в качестве основы решения рассматриваются большие массы груза, при которых заведомо существует скольжение. В этом случае сила натяжения равна максимальной силе трения, а ускорения кольца и груза – разные. Можно найти эти ускорения и увидеть, что при уменьшении массы груза при некотором ее значении эти ускорения совпадут. Если такой способ решения привел к правильным ответам, то он оценивается полным баллом.

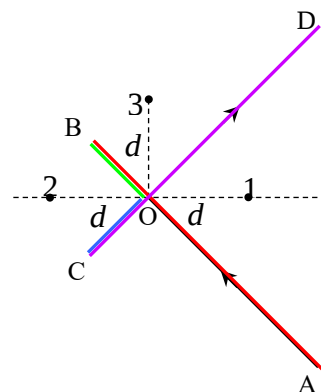
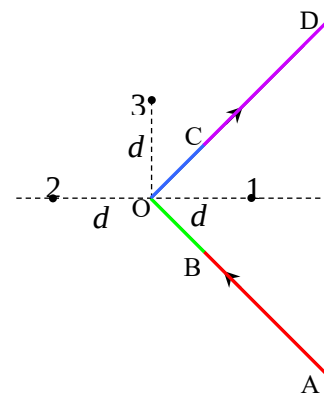
3. Получить выражения для индукций магнитного поля в исследуемых точках через ток в проводе и расстояние от него до соответствующих точек достаточно сложно, тем более, что ток в проводе нам не задан. Поэтому поступим по-другому. Свяжем индукции B_1 , B_2 и B_3 друг с другом.

Точка 1. Согласно принципу суперпозиции поле в этой точке можно представить как поле, созданное полубесконечным проводом АВ на расстоянии $d/\sqrt{2}$ от его конца (отмечен красным на рисунке), куском провода ВО длиной $d/\sqrt{2}$ на расстоянии $d/\sqrt{2}$ от одного из его концов (отмечен зеленым на рисунке), еще одним куском провода ОС длиной $d/\sqrt{2}$ на расстоянии $d/\sqrt{2}$ от одного из его концов (отмечен синим на рисунке) и еще одним полубесконечным проводом CD на расстоянии $d/\sqrt{2}$ от его конца (отмечен фиолетовым на рисунке).

Причем согласно правилу правой руки все эти индукции направлены одинаково (за чертеж). Поэтому если полубесконечные провода создают в точке на расстоянии $d/\sqrt{2}$ от своего конца поле b_1 , куски провода длиной $d/\sqrt{2}$ создают в точке на расстоянии $d/\sqrt{2}$ от одного из своих концов поле b_2 , то

$$B_1 = 2b_1 + 2b_2$$

Точка 2. Здесь ситуация другая: это точка не находится напротив концов полубесконечного провода или провода длиной $d/\sqrt{2}$. Но... Мы можем представить поле в этой точке как поле полубесконечного провода АВ (красный на рисунке) напротив его конца на расстоянии $d/\sqrt{2}$ от него минус поле куска провода ВО длиной $d/\sqrt{2}$ на расстоянии $d/\sqrt{2}$ от одного из его концов (зеленый на рисунке) и поле полубесконечного провода CD (фиолетовый на рисунке) напротив его конца на расстоянии $d/\sqrt{2}$ от него минус поле куска провода СО длиной $d/\sqrt{2}$ на



расстоянии $d/\sqrt{2}$ от одного из его концов (синий на рисунке). Причем согласно правилу правой руки эти поля также складываются. Поэтому

$$B_2 = 2b_1 - 2b_2$$

Точка 3. Аналогичное рассмотрение поля в точке 3 показывает, что его можно представить как поле полубесконечного провода минус поле куска, поле второго полубесконечного провода плюс поле куска, причем согласно правилу правой руки эти поля вычитаются. Поэтому

$$B_3 = (b_1 + b_2) - (b_1 - b_2) = 2b_2$$

И, следовательно,

$$B_3 = \frac{B_1 - B_2}{2}$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильная исходная идея решения – связать индукции магнитного поля B_1 , B_2 и B_3 друг с другом на основе принципа суперпозиции – 1 балл**
- 2. Правильная связь индукции B_1 с индукцией полубесконечного провода и конечного куска провода - 1 балл**
- 3. Правильная связь индукции B_2 с индукцией полубесконечного провода и конечного куска провода - 1 балл**
- 4. Правильная связь индукции B_3 с индукцией конечного куска провода - 1 балл**
- 5. Правильный ответ для B_3 – 1 балл**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Решим сначала следующую вспомогательную задачу. Пусть жесткий стержень длиной l движется произвольным образом и скорости его концов $\vec{v}_A$ и $\vec{v}_B$ в некоторый момент времени известны. Найдем в этот момент скорость точки С стержня, лежащей на расстоянии $l/4$ от конца 1.

Перейдем в систему отсчета, связанную с концом В нашего стержня. В ней этот конец стержня покоится, а скорость конца А $\vec{v}_{A.o.B}$ определяется законом сложения скоростей

$$\vec{v}_{A.o.B} = \vec{v}_A - \vec{v}_B$$

При этом вектор $\vec{v}_{A.o.B}$ направлен перпендикулярно стержню, поскольку движение стержня в этой системе отсчета – вращение вокруг конца В. Значит, и скорости всех остальных точек стержня в этой системе отсчета перпендикулярны стержню, а их величина пропорциональна расстоянию от каждой точки до второго конца. Поэтому величина скорости точки С в этой системе отсчета составляет $3/4$ от скорости $v_{A.o.B}$, а направление такое же. Поэтому

$$\vec{v}_{C.o.B} = \frac{3}{4} \vec{v}_{A.o.B} = \frac{3}{4} (\vec{v}_A - \vec{v}_B)$$

Чтобы найти скорость $\vec{v}_C$ точки С в системе отсчета, связанной с землей, снова воспользуемся законом сложения скоростей. Имеем

$$\vec{v}_C = \vec{v}_{C.o.2.} + \vec{v}_B = \frac{3}{4} (\vec{v}_A - \vec{v}_B) + \vec{v}_B = \frac{3\vec{v}_A + \vec{v}_B}{4}$$

А поскольку такая связь справедлива в любой момент времени, такой же является и связь ускорений этих точек

$$\vec{a}_C = \frac{3\vec{a}_A + \vec{a}_B}{4} \quad (*)$$

Вернемся теперь к нашей задаче. С одной стороны, ускорение точки С направлено вдоль стержня, с другой, - связано предыдущей формулой с ускорениями $\vec{a}_A$ и $\vec{a}_B$, которые направлены вдоль вертикальной стены и горизонтального пола соответственно. Поэтому для величин этих ускорений имеем

$$\begin{cases} 16a_C^2 = 9a_A^2 + a_B^2 \\ \operatorname{tg} \alpha = \frac{3a_A}{a_B} \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений, получим

$$a_A = \frac{4}{3}a_C \sin \alpha, \quad a_B = 4a_C \cos \alpha$$

Обратим внимание на то, что проекции векторов ускорений концов стержня на сам стержень (в отличие от скоростей) не равны друг другу.

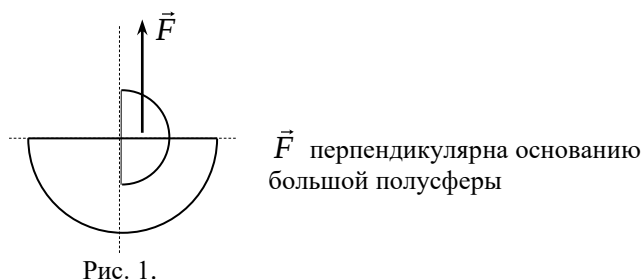
Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Разумная попытка установления правильной связи вектора ускорения точки С с векторами ускорений концов стержня (или так, как сделано выше, или через центр масс, или каким-либо другим разумным способом) – 1 балл
2. Правильная связь вектора ускорения точки С с векторами ускорений концов стержня - 1 балл
3. Правильная система уравнений для значений ускорений концов (или использование скалярного произведения для нахождения ускорений концов из уравнения (*)) - 1 балл
4. Правильный ответ для a_A – 1 балл
5. Правильный ответ для a_B – 1 балл

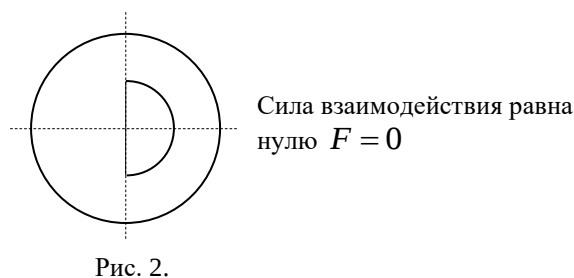
Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Примечание. Если в работе использовано «условие палочки» для ускорений (которое является неверным), максимальная оценка участника за эту задачу 1 балл, если есть что-то разумное по критерию 1.

5. Докажем, что сила взаимодействия двух равномерно заряженных концентрических полусфер, плоскости оснований которых перпендикулярны друг другу, перпендикулярна основанию большой полусферы (как это показано на рисунке 1).

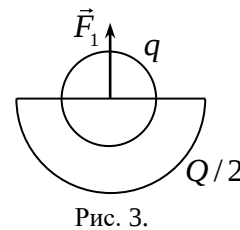


Действительно, пусть внутри равномерно заряженной сферы находится равномерно заряженная полусфера. Ясно, что сила их взаимодействия друг с другом будет равна нулю, поскольку все заряды меньшей полусферы находятся внутри большой сферы,



которая не действует ни на какой точечный заряд, помещенный внутрь нее (рисунок 2). А это значит, что силы, действующие на меньшую полусферу со стороны большой нижней и большой верхней полусфер равны по величине и противоположны по направлению. С другой стороны, две эти силы должны получаться друг из друга отражением относительно основания большой полусферы, поскольку две эти системы зарядов получаются друг из друга отражением относительно основания большой полусферы (см. рисунок 3). Но если бы эти силы были направлены под не прямым углом к этой плоскости, они не сложились бы в нуль. Отсюда и следует сделанное утверждение о направлении силы, действующей со стороны большой полусферы на малую (рис. 1).

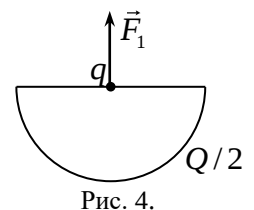
А это значит, что если бы мы нашли силу F_1 взаимодействия большой полусферы радиуса $2R$ с зарядом $Q/2$ и сферы радиуса R с зарядом q , то искомая сила F взаимодействия полусфер составляла ровно половину от силы F_1 (рисунок 3).



Искомая сила есть $\frac{1}{2}$ силы $\vec{F}_1$

Найдем силу F_1 .

Для этого заметим, что электрическое поле равномерно заряженной сферы снаружи от нее такое же, как поле точечного заряда, расположенное в ее центре. А это значит, что малая сфера радиуса R , заряженная зарядом q , действует на концентрическую полусферу радиуса $2R$ с зарядом $Q/2$ так же, как точечный заряд q , расположенный в центре полусферы, действует на полусферу. Такой же (по третьему закону Ньютона) будет и сила, действующая со стороны полусферы на точечный заряд (см. рисунок 4). Таким образом, вычисление силы F_1 сводится к вычислению силы взаимодействия полусферы и точечного заряда в ее центре.



А эту силу можно вычислить так. Мысленно разобьем полусферу на малые площадки, найдем силу, действующую на точечный заряд со стороны каждой площадки, просуммируем векторы сил. При этом суммировать можно даже не векторы, а их проекции на ось симметрии задачи (показана пунктиром на рисунке 5), поскольку благодаря ее симметрии сила может быть направлена только вдоль этой оси.

Со стороны площадки площадью ΔS на точечный заряд действует сила, проекция которой на ось симметрии равна

$$\Delta F \cos \alpha = k \frac{q \Delta Q}{(2R)^2} \cos \alpha$$

где ΔQ - заряд площадки, α - угол между вектором силы и осью симметрии, k - постоянная закона Кулона $2R$ - радиус полусферы (см. рисунок 5). Очевидно, заряд площадки пропорционален ее площади

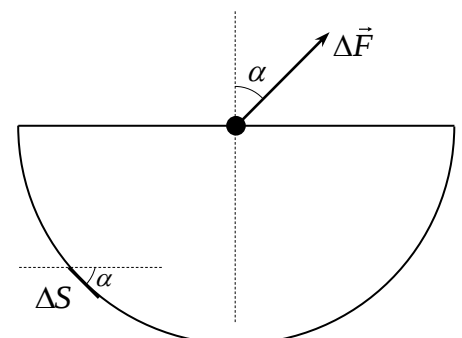


Рис. 5

$$\Delta Q = \frac{Q/2}{2\pi(2R)^2} \Delta S = \frac{Q}{4\pi(2R)^2} \Delta S$$

($Q/2$ - заряд полусферы). Поскольку угол между площадкой и прямой, параллельной основанию полусферы, равен углу между силой $\Delta \vec{F}$ и осью симметрии (рисунок 5), то произведение $\Delta S \cos \alpha$ есть проекция площади рассматриваемой площадки на основание полусферы. Поэтому суммирование сил, действующих со стороны всех площадок, на которые можно разбить полусферу, на точечный заряд, дает

$$F_1 = \sum_i \Delta F_i \cos \alpha_i = k \frac{q}{(2R)^2} \frac{Q}{4\pi(2R)^2} \sum_i \Delta S_i \cos \alpha_i$$

причем сумма $\sum_i \Delta S_i \cos \alpha_i$ равна площади основания полусферы - $\pi(2R)^2$. В результате получим для силы взаимодействия точечного заряда q и полусферы радиуса R с зарядом Q

$$F_1 = k \frac{qQ}{4(2R)^2} = k \frac{qQ}{16R^2}.$$

Отсюда получаем окончательно: сила, действующая со стороны полусферы радиуса $2R$, заряженной зарядом $Q/2$ на концентрическую полусферу радиуса R с зарядом $q/2$ с перпендикулярной плоскостью основания направлена перпендикулярно основанию большой полусферы и равна по величине

$$F = \frac{1}{2} F_1 = k \frac{qQ}{32R^2}.$$

В первом и третьем вариантах $Q = 3q$, поэтому ответ в них –

$$F = k \frac{3q^2}{32R^2}$$

Во втором и четвертом вариантах $Q = 5q$, поэтому ответ в них –

$$F = k \frac{5q^2}{32R^2}$$

Критерии оценивания решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильная идея решения – свести задачу к вычислению силы взаимодействия полусферы и точечного заряда, расположенного в ее центре – 1 балл**
 - 2. Доказано, что сила взаимодействия большой полусферы и концентрической малой полусферы с перпендикулярным основанием перпендикулярна основанию большой полусферы – 1 балл**
 - 3. Правильный (и обоснованный) вывод, что вычисление силы взаимодействия большой и малой концентрических полусфер сводится к вычислению силы, действующей со стороны большой полусферы на точечный заряд в центре – 1 балл**
 - 4. Правильный метод вычисления силы взаимодействия полусферы и концентрического точечного заряда – 1 балл**
 - 5. Правильный ответ – 1 балл.**
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.**

Примечание. Пункт 2 оценивать только в случае, если есть доказательство или хорошее обоснование направления силы.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.