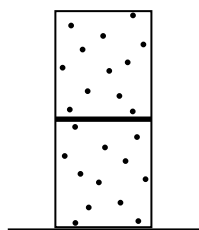
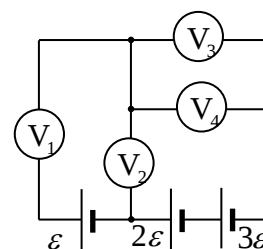


**Решения и критерии оценивания задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике,
2025-2026 учебный год, 10 класс**

1. Из трех идеальных источников ЭДС ε , 2ε и 3ε и четырех одинаковых неидеальных вольтметров собрали электрическую цепь, схема которой приведена на рисунке. Найти показания всех приборов. Значения ЭДС источников показаны на рисунке. $\varepsilon = 12$ В.

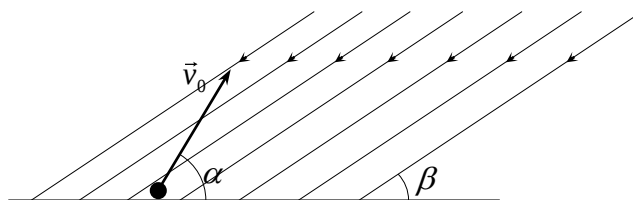


2. Имеется сосуд в форме цилиндра с радиусом основания r и высотой $8r$ расположен вертикально на горизонтальной поверхности. Сосуд герметично разделен на две половины массивной перегородкой, которую вначале удерживают посередине сосуда, а в каждой половине сосуда находится идеальный одноатомный газ под давлением p . В некоторый момент времени перегородку отпускают, и она

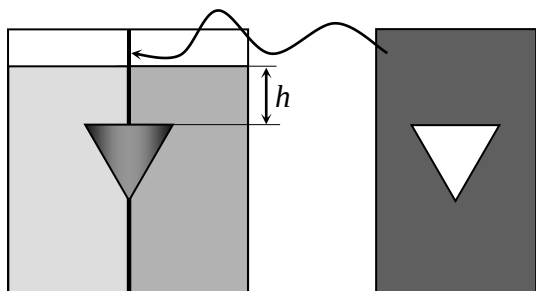
после совершения нескольких колебаний устанавливается на расстоянии h ниже ее начального положения. Найти массу перегородки.

3. Человек массой $m = 60$ кг стоит на льду и пытается с помощью веревки сдвинуть тяжелые сани массой $M = 100$ кг. Коэффициент трения саней о лед $\mu_1 = 0,2$, человека о лед $\mu_2 = 0,3$. Сможет ли человек сдвинуть сани, и если да, то под каким углом к горизонту он должен их тянуть? Считать, что ускорение свободного падения $g = 10$ м/с².

4. Тело бросают с поверхности земли с начальной скоростью v_0 под углом α к горизонту. Светит Солнце; солнечные лучи составляют угол β с горизонтом и параллельны



плоскости траектории камня (см. рисунок). Какой путь пройдет тень камня на земле к моменту его падения? Сопротивлением воздуха пренебречь. Рассмотреть два случая - $\alpha > \beta$ и $\alpha < \beta$.



5. Вертикальная стенка с отверстием в виде правильного треугольника со стороной a и горизонтальным основанием разделяет сосуд на две половины. В эти части сосуда налиты разные жидкости: в одну половину налита жидкость с плотностью ρ , в другую налита жидкость с плотностью 2ρ .

Высота уровня жидкостей по отношению к основанию отверстия - h (см. левый рисунок; справа показана перегородка сбоку). Отверстие заткнуто пробкой в виде конуса соответствующего размера. Найти силу, действующую на пробку со стороны жидкостей. Считать, что пробка закрывает отверстие герметично. **Указание.** Объем конуса с площадью основания S и высотой h равен $V = (1/3)hS$.

Решения и критерии оценивания

1. Направления токов, текущих через вольтметры показано на рисунке. Мысленно выделим замкнутые контуры в этой цепи и потребуем, чтобы сумма напряжений в каждом равнялась сумме ЭДС. Для контура, представляющего собой внешние границы цепи:

$$U_1 + U_3 = 6\varepsilon$$

где U_1 и U_3 - показания вольтметров V_1 и V_3 . Для контура, включающего источники 2ε и 3ε и два вольтметра V_2 и V_4 (с учетом того, что показания вольтметров V_3 и V_4 одинаковы)

$$U_2 + U_3 = 5\varepsilon$$

Третий замкнутый контур, который можно выделить в этой цепи, не даст нам ничего нового. Поэтому нужно еще одно уравнение, использующее условие токов. Очевидно, сумма токов, текущих через вольтметры V_1 и V_2 , равна сумме токов, текущих через вольтметры V_3 и V_4 . А поскольку вольтметры одинаковы, то и сумма напряжений на вольтметрах V_1 и V_2 равна сумме напряжений на вольтметрах V_3 и V_4 . Поэтому

$$U_1 + U_2 = 2U_3$$

(здесь снова учтено, что показания вольтметров V_3 и V_4 одинаковы). Итак, мы получили систему уравнений

$$\begin{cases} U_1 + U_3 = 6\varepsilon \\ U_2 + U_3 = 5\varepsilon \\ U_1 + U_2 = 2U_3 \end{cases}$$

Решая эту систему, получаем

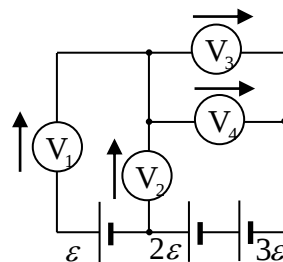
$$U_1 = \frac{13}{4}\varepsilon = 39 \text{ В}, U_2 = \frac{9}{4}\varepsilon = 27 \text{ В}, U_3 = U_4 = \frac{11}{4}\varepsilon = 33 \text{ В}.$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование условия, что сумма напряжений в любом замкнутом контуре равна сумме ЭДС - 1 балл
 2. Использование условия $U_1 + U_2 = U_3 + U_4$ - 1 балл.
 3. Правильно найдены показания вольтметра V_1 (формула и число) – 1 балл
 4. Правильно найдены показания вольтметра V_2 (формула и число) – 1 балл
 5. Правильно найдены показания вольтметра V_3 и V_4 (формула и число) – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. После установления равновесия второй закон Ньютона для перегородки дает

$$p_1 - p_2 = \frac{mg}{S}$$



где p_1 и p_2 - давления в нижней и верхней частях сосуда, $S = \pi r^2$ – площадь поперечного сечения сосуда. Поскольку сосуд теплоизолирован, внутренняя энергия газа в нем увеличилась на уменьшение потенциальной энергии перегородки

$$mgh + 2 \frac{3}{2} p_1 S h = \frac{3}{2} p_1 (4r - h) S + \frac{3}{2} p_2 (4r + h) S$$

(здесь использована формула $U = (3/2)pV$ для внутренней энергии одноатомного идеального газа).

Так как перегородка теплопроницаемая, то температуры в нижнем и верхнем отсеках сосуда будут одинаковыми. А поскольку одинаковы и количества вещества газа над и под перегородкой, из закона Клапейрона-Менделеева имеем

$$\frac{p_1 (4r - h) S}{RT} = \frac{p_2 (4r + h) S}{RT} \Rightarrow p_1 (4r - h) = p_2 (4r + h)$$

где T - температуры газов над и под перегородкой после наступления равновесия. В результате мы получаем систему из трех уравнений

$$\begin{cases} p_1 - p_2 = \frac{mg}{S} \\ \frac{mgh}{S} + 2 \frac{3}{2} p_1 S h = \frac{3}{2} p_1 (4r - h) S + \frac{3}{2} p_2 (4r + h) S \\ p_1 (4r - h) = p_2 (4r + h) \end{cases}$$

относительно трех неизвестных p_1 , p_2 и m . Решая эту систему уравнений, получим

$$m = \frac{24\pi p r^3 h}{g(48r^2 - 5h^2)}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное условие равновесия перегородки в конечном состоянии - 1 балл
2. Правильный закон сохранения энергии – 1 балл.
3. Правильная связь давлений сверху и снизу перегородки из закона Клапейрона-Менделеева – 1 балл
4. Правильная система уравнений для определения массы перегородки – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

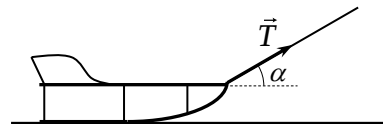
Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. Тянуть веревку горизонтально бессмысленно, поскольку для сдвига саней на них должна действовать сила натяжения

$$T = \mu_1 Mg = 200 \text{ Н.}$$

Но такая же сила натяжения будет действовать и на человека. При этом максимальная сила трения покоя, которая может удерживать человека на месте $\mu_2 mg = 180 \text{ Н}$, меньше этого значения. А это значит, что человек, пытаясь обеспечить горизонтальное усилие 200 Н, начнет двигаться и такое усилие развить не сможет.

Поэтому человек должен развивать усилие под некоторым углом к горизонту. В этом случае он уменьшит вес саней, увеличит свой собственный вес и может добиться сдвига саней. Пусть человек тянет веревку под углом α к горизонту. Тогда в момент сдвига имеем для саней



$$T \cos \alpha = \mu_1 (Mg - T \sin \alpha)$$

Поскольку чтобы развивать такое усилие человек не должен двигаться; поэтому на него в этот момент должна действовать сила трения, которая компенсирует горизонтальную составляющую силы T . Поэтому для человека (при минимальном угле наклона нити, при котором он сможет сдвинуть сани)

$$T \cos \alpha = \mu_2 (mg + T \sin \alpha)$$

Выражая из первого и второго уравнения силу T , получим

$$T (\cos \alpha + \mu_1 \sin \alpha) = \mu_1 Mg$$

$$T (\cos \alpha - \mu_2 \sin \alpha) = \mu_2 mg$$

Деля эти уравнения друг на друга, получим

$$\frac{1 + \mu_1 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \mu_2 \operatorname{tg} \alpha} = \frac{\mu_1 M}{\mu_2 m}$$

Откуда находим

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\mu_1 M - \mu_2 m}{\mu_1 \mu_2 (m + M)} = 0,208$$

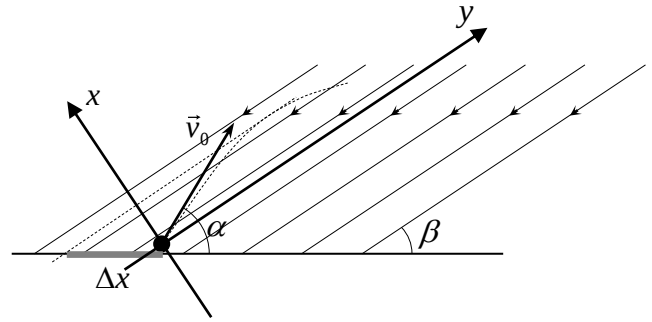
Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильный вывод, что горизонтально тянуть бессмысленно - 1 балл
 2. Использование правильной формулы для максимальной силы трения покоя – 1 балл.
 3. Правильное условие начала скольжения саней – 1 балл
 4. Правильное условие начала скольжения человека – 1 балл
 5. Правильный ответ для тангенса минимального угла наклона веревки к горизонту, при котором начнется движение саней (формула и число) – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. В момент броска тень от камня находится на земле, в момент падения – тоже. И если бы тень от камня все время находилась между начальной и конечной точками, то пройденный тенью путь равнялся бы дальности полета камня по горизонтали. Очевидно, что если $\alpha < \beta$, камень по отношению к солнечным лучам начнёт сразу смещаться вправо (см. рисунок), и тень всегда лежит между точками бросания падения камня. Поэтому при $\alpha < \beta$ путь, пройденный тенью, равняется дальности полета камня по горизонтали. Используя известную формулу для дальности полета тела, брошенного под углом к горизонту, получим для пути, пройденного камнем:

$$S = \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}.$$

Существенно другой будет ситуация при $\alpha > \beta$. В этом случае тень сначала начнет двигаться от точки падения камня на землю, а после того как скорость камня станет параллельной солнечным лучам, начнет двигаться в направлении точки падения (см. рисунок, на котором участок пути тени от точки бросания до ее максимального смещения влево показан жирным). Поэтому, если длину этого участка обозначить как Δx , то путь, пройденный тенью до падения камня на землю равен двум длинам Δx плюс дальность полета камня



$$S = 2\Delta x + \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

Найдем Δx . Камень движется равноускоренно, поэтому зависимость радиус-вектора камня и его скорости от времени имеют вид

$$\begin{aligned}\vec{R}(t) &= \vec{R}_0 + \vec{v}_0 t + \frac{\vec{g} t^2}{2} \\ \vec{v}(t) &= \vec{v}_0 + \vec{g} t\end{aligned}$$

Выберем систему координат так, что ее начало находится в точке бросания камня, ось y направлена противоположно солнечным лучам, а ось x перпендикулярно. Проецируем векторные уравнения на ось x , получим

$$\begin{cases} x(t) = v_0 \sin(\alpha - \beta) t - \frac{g \cos \beta t^2}{2} \\ v_x(t) = v_0 \sin(\alpha - \beta) - g \cos \beta t \end{cases}$$

Максимальному смещению тени влево отвечает ситуация, когда проекция скорости камня на ось x равна нулю (см. рисунок, на котором кусочек траектории камня от точки бросания до точки, отвечающей максимальному смещению тени влево показан пунктиром). Поэтому из второго уравнения находим время t_1 движения камня до этой точки

$$t_1 = \frac{v_0 \sin(\alpha - \beta)}{g \cos \beta},$$

а из первого уравнения – дальность смещения тела по оси x до этой точки

$$l = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{2g \cos \beta}$$

Отсюда находим

$$\Delta x = \frac{l}{\sin \beta} = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{2g \cos \beta \sin \beta}$$

и путь, пройденный тенью

$$S = \frac{v_0^2 \sin^2(\alpha - \beta)}{g \cos \beta \sin \beta} + \frac{2v_0^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование законов равноускоренного движения - 1 балл
2. Правильная идея решения – максимальному смещению тени влево отвечает ситуация, когда скорость камня параллельна солнечным лучам – 1 балл
3. Правильный ответ для пути, пройденного тенью, при $\alpha < \beta$ – 1 балл
4. Правильное максимальное смещение тени влево – 1 балл
5. Правильный ответ для пути, пройденного тенью, при $\alpha > \beta$ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Найдем силу, действующую на конус со стороны первой и второй жидкости, а потом и их равнодействующую. И первая, и вторая жидкость действуют на половину основания и половину боковой поверхности конуса.

Эту силу можно найти так. Пусть в жидкости плотности ρ находится половина конуса, образованная половиной основания, половиной боковой поверхности и вертикальным сечением, содержащим ось конуса (см. рисунок). Согласно закону Архимеда на эту половину конуса действует сила Архимеда, направленная вертикально вверх и равная

$$F_1 = \rho g \frac{1}{2} V$$

С другой стороны, эта сила складывается из силы, действующей на половину дна и боковую поверхность (обозначим ее как $F_{бок}$) и на вертикальное сечение конуса, которая направлена горизонтально (обозначим ее как $F_{сеч}$)

$$\vec{F}_1 = \vec{F}_{бок} + \vec{F}_{сеч}.$$

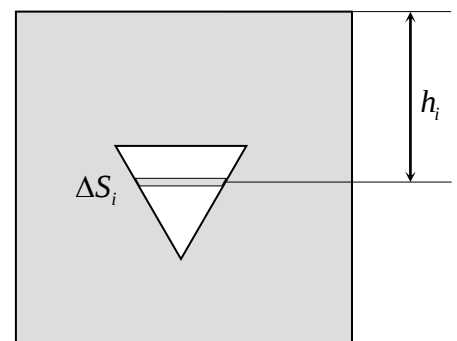
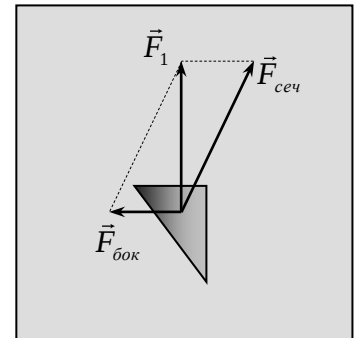
(эти силы показаны на рисунке). Отсюда находим, что сила, действующая на боковую поверхность и половину основания конуса, есть

$$\vec{F}_{бок} = \vec{F}_1 - \vec{F}_{сеч}.$$

Это значит, что эта сила имеет вертикальную составляющую F_1 и горизонтальную составляющую $F_{сеч}$.

Найдем силу $F_{сеч}$, действующую со стороны жидкости на вертикальное сечение конуса. Мысленно разобьем это сечение на узкие полоски, параллельные основанию сечения (см. рисунок, на котором показана одна такая полоска), вычислим силу, действующую на каждую, просуммируем эти силы. На каждую полоску действует сила

$$F = \rho g h_i \Delta S_i$$



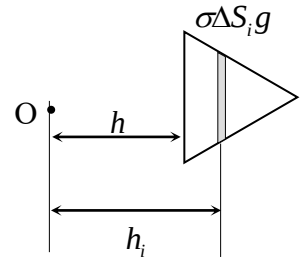
где h_i - глубина расположения полоски, ΔS_i - её площадь. Поэтому на все вертикальное сечение действует такая сила

$$F_{сеч} = \rho g h_1 \Delta S_1 + \rho g h_2 \Delta S_2 + \rho g h_3 \Delta S_3 + \dots = \rho g (h_1 \Delta S_1 + h_2 \Delta S_2 + h_3 \Delta S_3 + \dots)$$

Сумму в скобках можно вычислить так. Если бы имели плоский треугольник с поверхностной плотностью σ , расположенный в поле силы тяжести так, как показано на рисунке, то сумма

$$\sigma \Delta S_1 g h_1 + \sigma \Delta S_2 g h_2 + \sigma \Delta S_3 g h_3 + \dots = \sigma g (h_1 \Delta S_1 + h_2 \Delta S_2 + h_3 \Delta S_3 + \dots)$$

есть момент силы тяжести, действующей на треугольник, относительно точки О (см. рисунок). С одной стороны, это та сумма, которую нам нужно вычислить, с другой, сводится к произведению суммарной силы тяжести σS на плечо относительно точки О центра тяжести треугольника, который расположен в точке пересечения его медиан. Поэтому



$$h_1 \Delta S_1 + h_2 \Delta S_2 + h_3 \Delta S_3 + \dots = S \left(h + \frac{\sqrt{3}}{6} a \right) = \frac{\sqrt{3} a^2}{4} \left(h + \frac{\sqrt{3}}{6} a \right)$$

где $S = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$ - площадь треугольного сечения конуса, h - расстояние от поверхности жидкости до основания конуса, $\sqrt{3}a/6$ - расстояние от основания треугольного выреза до его центра тяжести, который расположен в точке пересечения медиан. Отсюда находим силу, действующую на вертикальное сечение конуса

$$F_{сеч} = \frac{\sqrt{3} \rho g a^2}{4} \left(h + \frac{\sqrt{3}}{6} a \right)$$

А это значит, что жидкость действует на половину дна и боковую поверхность половинки конуса с силой, имеющей вертикальную составляющую

$$F_{верт} = \rho g \frac{1}{2} V = \frac{\sqrt{3} \pi}{48} \rho g a^3$$

и горизонтальную составляющую

$$F_{гор} = \frac{\sqrt{3} \rho g a^2}{4} \left(h + \frac{\sqrt{3}}{6} a \right)$$

Теперь учтем, что на нашу коническую пробку действуют две жидкости – с плотностью ρ и 2ρ . Очевидно, вертикальные составляющие сил, действующих со стороны жидкости, складываются, поэтому

$$F_{верт} = \frac{\sqrt{3} \pi}{16} \rho g a^3, \quad F_{гор} = \frac{\sqrt{3} \rho g a^2}{4} \left(h + \frac{\sqrt{3}}{6} a \right),$$

причем сила $\vec{F}_{гор}$ направлена в сторону более лёгкой жидкости. Поэтому суммарная сила, действующая со стороны жидкостей на пробку, есть

$$F = \sqrt{F_{верт}^2 + F_{гор}^2} = \frac{1}{4} \rho g a^2 \sqrt{\frac{3\pi^2 a^2}{16} + 3 \left(h + \frac{\sqrt{3}}{6} a \right)^2}$$

Направлена эта сила под углом α к горизонту, тангенс которого равен

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F_{верт}}{F_{гор}} = \frac{\pi a}{4 \left(h + \frac{\sqrt{3}}{6} a \right)}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильная идея нахождения силы, действующей на половину основания и боковой поверхности конуса со стороны жидкости – найти силу действующую на половину конуса, вычесть силу, действующую на вертикальное сечение - 1 балл**
- 2. Правильно найдена сила, действующая со стороны жидкости на вертикальное сечение (с обоснованием, почему среднее давление нужно брать на глубине центра тяжести вертикального сечения) – 1 балл.**
- 3. Правильно найдена сила, действующая на конус со стороны каждой жидкости – и горизонтальная, и вертикальная составляющая – 1 балл**
- 4. Правильный ответ для величины силы, действующей со стороны жидкостей на конус – 1 балл**
- 5. Правильный ответ для угла, под которым направлена эта сила – 1 балл.**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Комментарий. Если нет разумного обоснования, почему среднее давление нужно брать на глубине центра тяжести по 2 критерию ставить 0.

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов.

Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.