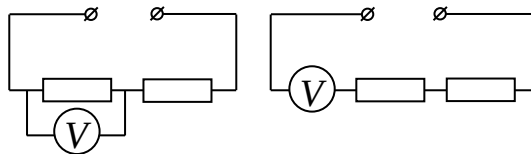


Решения
Отборочный тур олимпиады «Росатом», 2022-2023 учебный год,
физика, 10 класс

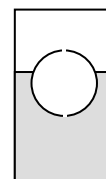
1. Электрическая цепь, схема которой показана на левом рисунке, состоит из двух одинаковых резисторов и вольтметра и подключена к источнику постоянного напряжения. Когда вольтметр включают последовательно с резисторами (правый рисунок), его показания увеличиваются в $3/2$ раза. Найти отношение сопротивления резистора к сопротивлению вольтметра.



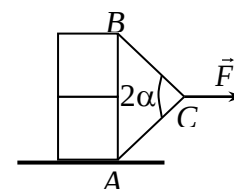
2. Два тела имеют температуры $t^{\circ}\text{C}$. Если первое нагреть до температуры $5t^{\circ}\text{C}$ и привести в тепловой контакт со вторым, установится температура $4t^{\circ}\text{C}$. Какая установится температура, если до температуры $5t^{\circ}\text{C}$ нагреть второе тело и привести его в контакт с первым телом с температурой $t^{\circ}\text{C}$?

3. Два тела движутся с одинаковыми скоростями вдоль одной прямой, находясь на некотором расстоянии друг от друга. Тела одновременно начинают ускоряться: переднее - с постоянным ускорением a_1 , заднее - с постоянным ускорением a_2 ($a_2 > a_1$). В момент встречи тел их скорости равны v и $2v$. Найти скорость тел и расстояние между ними до начала ускорения.

4. Тонкостенный шар радиуса R , имеющий малые отверстия внизу и вверху, плавает в высоком цилиндрическом сосуде с водой радиуса $2R$, погрузившись в воду на две трети своего объема, при этом воды в шаре нет. Вода начинает медленно поступать в шар через нижнее отверстие, вытесняя воздух через верхнее. Каким будет уровень воды в сосуде, когда (а) шар заполнится водой наполовину, (б) полностью заполнится водой?



5. Друг на друга поставили два одинаковых кубика массой M (см. рисунок). Затем нижний кубик жестко закрепили на поверхности, а к серединам ребер кубиков в точках А и В прикрепили невесомую нить, за середину которой тянут с медленно возрастающей силой F . При каких значениях коэффициента трения μ



между кубиками верхний кубик начнет скользить, а при каких опрокинется? Угол ACB равен 2α .

Решения

1. Пусть сопротивление резистора равно r , сопротивление вольтметра - R . Тогда ток в цепи в первом случае будет равен

$$I_1 = \frac{U}{r + \frac{rR}{r+R}} = \frac{U(r+R)}{2rR+r^2},$$

и, следовательно, показания вольтметра будут равны

$$U_{V,1} = I_1 \frac{rR}{r+R} = \frac{UrR}{2rR+r^2}.$$

Во втором случае ток в цепи и показания вольтметра определяются соотношениями

$$I_2 = \frac{U}{2r+R}, \quad U_{V,2} = I_2 R = \frac{UR}{2r+R}$$

Поэтому

$$\frac{U_{V,2}}{U_{V,1}} = \frac{3}{2} = \frac{2rR+r^2}{rR+2r^2}$$

Отсюда

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{4}$$

Критерии оценки задачи

1. Правильное использование правил последовательного и параллельного соединения проводников – 0,5 балла
 2. Получена правильная формула для показаний вольтметра в первом случае через параметры цепи (сопротивления вольтметра и резисторов, а также напряжения источника) – 0,5 балла
 3. Получена правильная формула для показаний вольтметра во втором случае через параметры цепи (сопротивления вольтметра и резисторов, а также напряжения источника) – 0,5 балла
 4. Правильный ответ для отношения сопротивления резистора и вольтметра – 0,5 балла
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

2. Пусть теплоемкость первого тела равна C_1 , второго C_2 . Тогда уравнение теплового баланса для приведения тел в тепловой контакт после нагрева первого тела дает

$$C_1(5t - 4t) + C_2(t - 4t) = 0$$

Отсюда находим соотношение теплоемкостей тел

$$C_1 = 3C_2 \quad (*)$$

Теперь рассмотрим уравнение теплового баланса для нагревания второго тела. Имеем

$$C_1(t - t_x) + C_2(5t - t_x) = 0$$

где t_x - установившаяся температура. Отсюда, используя (*) находим

$$t_x = 2t$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильное уравнение теплового баланса в первом случае – 0,5 балла

2. Правильно найдено отношение теплоемкостей тел – 0,5 балла

3. Правильное уравнение теплового баланса во втором случае – 0,5 балла

4. Правильный ответ для установившейся температуры во втором случае – 0,5 балла

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. Пусть скорость тел в тот момент, когда они начали ускоряться, равнялась v_0 , а время, прошедшее после этого момента, то того, как одно тело догнало другое, - t . Тогда законы движения для скоростей тел дадут

$$v = v_0 + a_1 t$$

$$2v = v_0 + a_2 t$$

(здесь учтено, что большей будет скорость заднего тела, имеющего большее ускорение). Из этой системы уравнений находим

$$v_0 = \frac{(a_2 - 2a_1)v}{a_2 - a_1}, \quad t = \frac{v}{a_2 - a_1}$$

В связи с первой формулой отметим, что поскольку скорости тел в момент встречи отличаются вдвое, то $a_2 > 2a_1$ (в противном случае скорости тел в один и тот же момент времени не могли бы отличаться в 2 раза). Теперь, используя найденное время встречи, легко найти первоначальное расстояние между телами

$$l = \frac{(a_2 - a_1)t^2}{2} = \frac{v^2}{2(a_2 - a_1)}$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильные уравнения равноускоренного движения – 0,5 балла

2. Правильное условие встречи тел – 0,5 балла

3. Правильно найдено время встречи – 0,5 балла

4. Правильный ответ для первоначального расстояния между телами – 0,5 балла

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Пусть масса шара m . Тогда условия плавания шара дают

$$mg = \rho g 2V / 3$$

где ρ - плотность воды, V - объем шара (по условию – объем погруженной в воду части пустого шара равен двум третьим частям его объема).

Пусть какая-то часть объема шара V_1 заполнится водой, но шар еще плавает. Тогда его масса увеличится на величину ρV_1 , и на такую же величину должна увеличиться сила Архимеда

$$(m + \rho V_1)g = \rho g (2V / 3 + \Delta V)$$

где ΔV - увеличение объема погруженной в воду части шара. Отсюда видим, что

$$\Delta V = V_1$$

Другими словами, объем вошедшей в шар воды в точности равен увеличению объема погруженной в воду части шара, а объем погруженной в воду и не заполненной водой части шара равен двум третьим частям его объема. Отсюда следует, что

- (1) пока шар плавает, уровень воды в сосуде не меняется
- (2) шар утонет, когда водой заполнится более одной трети его объема
- (3) объем воды в сосуде плюс объем погруженной в воду части шара (т.е. тот объем, который определяет уровень воды в сосуде) уменьшается на объем воды, вошедшей в шар, после того, как он утонул.

Поэтому при заполнении половины шара водой, объем воды в сосуде плюс объем погруженной в воду части шара уменьшится на величину

$$\frac{1}{2}V - \frac{1}{3}V = \frac{1}{6} \frac{4\pi}{3} R^3 = \frac{2\pi}{9} R^3$$

Это приведет к понижению уровня воды в сосуде на величину Δh , которая определяется из уравнения

$$\pi 4R^2 \Delta h = \frac{2\pi}{9} R^3 \quad \Rightarrow \quad \Delta h = \frac{1}{18} R$$

Аналогично найдем, что когда шар будет полностью заполнен водой, уровень воды в сосуде понизится на следующую величину Δh_1

$$\Delta h_1 = \frac{2}{9} R$$

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

1. Правильный (и обоснованный) вывод, что пока шар плавает, уровень воды в сосуде не меняется – 0,5 балла
2. Правильно найден объем незаполненной водой части шара в тот момент, когда шар утонул – 0,5 балла
3. Правильный вывод, что когда водой будет заполняться пустой объем утонувшего шара уровень воды в сосуде будет опускаться – 0,5 балла
4. Правильный ответ для величины понижения уровня воды в сосуде – 0,5 балла

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

5. Очевидно, сила натяжения нити равна

$$T = \frac{F}{2 \cos \alpha}$$

Чтобы верхний кубик опрокинулся, момент силы натяжения относительно правого-нижнего ребра верхнего кубика должен быть больше момента силы тяжести. А поскольку сила тяжести приложена к центру тяжести (геометрическому центру) верхнего кубика, это условие дает

$$Ta \cos \alpha \geq Mg \frac{a}{2}$$

(a - ребро кубика). Отсюда и предыдущей формулы находим условие опрокидывания кубика

$$F \geq Mg \quad (*)$$

Найдем теперь условие скольжения верхнего кубика. Для этого сдвигающая сила $T \cos \alpha$ должна быть больше максимальной силы трения покоя μN , где N - сила реакции, действующая между кубиками. Поскольку

$$N = Mg + T \sin \alpha = Mg + \frac{F \sin \alpha}{2 \cos \alpha}$$

условие скольжения имеет вид

$$F \geq \frac{2\mu Mg}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} \quad (**)$$

Кубик начнет скользить, если раньше с ростом F начнет выполняться неравенство (**), чем неравенство (*). Поэтому условием опрокидывания является неравенство

$$\frac{2\mu Mg}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} \geq Mg \quad \text{или} \quad \frac{2\mu}{1 - \mu \operatorname{tg} \alpha} \geq 1 \quad (***)$$

Решим это неравенство относительно μ . Отметим, что знаменатель левой части неравенства положителен, поскольку в противном случае неравенство не выполнено. Поэтому из (***) имеем

$$2\mu \geq 1 - \mu \operatorname{tg} \alpha$$

или

$$\mu \geq \frac{1}{2 + \operatorname{tg} \alpha}$$

При выполнении этого неравенство верхний кубик опрокинется, в обратном случае будет скользить.

Критерии оценки задачи (максимальная оценка за задачу – 2 балла)

- 1. Правильное условие опрокидывания верхнего кубика – 0,5 балла**
- 2. Правильное условие скольжения верхнего кубика – 0,5 балла**
- 3. Правильное неравенство опрокидывания верхнего кубика – 0,5 балла**
- 4. Правильный ответ для коэффициента трения, при котором верхний кубик опрокинется – 0,5 балла**

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 10 баллов. Допустимыми являются все целые или «полуцелые» оценки от 0 до 10.