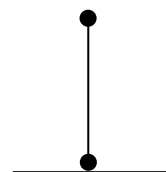


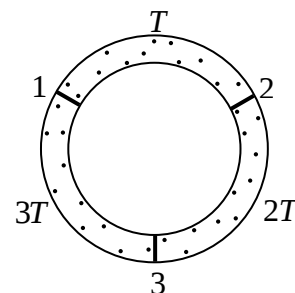
**Решения и критерии оценивания решений задач
Заключительного тура олимпиады «Росатом» по физике,
2023-2024 учебный год, 11 класс, Москва**

1. Когда к источнику электрической энергии подключили первый резистор, КПД источника составил $\eta_1 = 0,8$. Когда к тому же источнику подключили второй резистор, КПД источника составил $\eta_2 = (3/4)\eta_1$. Каким будет КПД источника, если к нему подключить оба резистора, соединенных параллельно? КПД источника электрической энергии называется отношение количества теплоты, выделяющейся во внешней цепи, к полному количеству теплоты, выделяющейся в цепи.

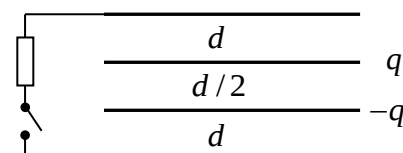
2. Два одинаковых маленьких массивных шарика прикреплены к жесткому невесомому стержню длиной l . Стержень ставят вертикально на гладкую горизонтальную поверхность (см. рисунок), а потом отпускают. Найти ускорение центра стержня в тот момент времени, когда скорость нижнего шарика будет максимальна.



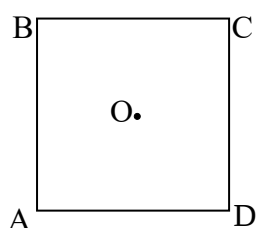
3. Имеется закрытый сосуд в форме тора – замкнутой кольцевой цилиндрической трубки. Сосуд разделили на три отсека тремя подвижными поршнями 1, 2 и 3 и расположили на горизонтальном столе (см. рисунок; вид сверху). В сосуде содержатся ν молей одноатомного идеального газа (в сумме во всех отсеках). В начальном состоянии объемы отсеков сосуда одинаковы, температуры газа равны T , $2T$ и $3T$ (показаны на рисунке), а поршни находятся в равновесии. Считая, что поршень 1 тепло не проводит, найти, сколько тепла пройдет через поршни 2 и 3 при установлении теплового равновесия. Потерями тепла в окружающее пространство пренебречь.



4. Четыре одинаковых металлических пластинки расположены параллельно друг другу на расстояниях d , $d/2$ и d друг от друга. Две средние пластинки зарядили зарядами q и $-q$, крайние



(незаряженные) пластинки соединили проводником через резистор и ключ (см. рисунок). Какой заряд пройдет через резистор к верхней пластинке на рисунке, и какое количество теплоты выделится на резисторе после замыкания ключа в процессе установления равновесия? Площадь пластинок S . Размеры пластинок много больше расстояния между ними.



5. Квадратная пластинка ABCD со стороной l движется так, что она все время остается в одной плоскости. Известно, что в некоторый момент времени ускорения вершин A, B и C соответственно равны: $a_A = a$, $a_B = 5a/4$, $a_C = a$. Найти ускорение вершины D.

Решения и критерии оценивания решений задач

1. Пусть ЭДС и внутреннее сопротивление источника равны ε и r , сопротивление первого резистора равно R_1 . Тогда по закону Ома для замкнутой цепи имеем

$$I = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}$$

По закону Джоуля-Ленца находим мощности P и P_1 , которые выделяются во всей цепи и на внешнем резисторе, а также КПД источника

$$P = \frac{\varepsilon^2}{R_1 + r}, \quad P_1 = \frac{\varepsilon^2 R_1}{(R_1 + r)^2}, \quad \eta_1 = \frac{P_1}{P} = \frac{R_1}{R_1 + r}$$

Аналогично для второго подключения

$$\eta_2 = \frac{R_2}{R_2 + r}$$

Из этих формул находим

$$R_1 = \frac{r\eta_1}{1 - \eta_1}, \quad R_2 = \frac{r\eta_2}{1 - \eta_2}$$

Когда резисторы соединяют параллельно, их сопротивление равно

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{r\eta_1 \eta_2}{\eta_1 + \eta_2 - 2\eta_1 \eta_2}$$

Теперь находим КПД источника, подключенного к двум резисторам, соединенным параллельно

$$\eta = \frac{R}{R + r} = \frac{\eta_1 \eta_2}{\eta_1 + \eta_2 - \eta_1 \eta_2}$$

А поскольку $\eta_2 = (3/4)\eta_1$, получаем

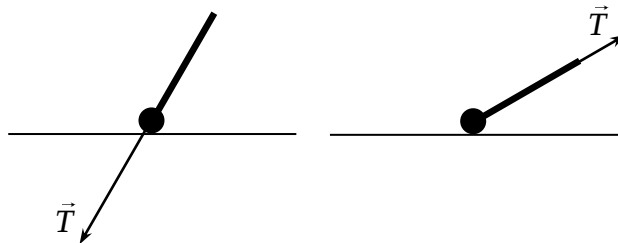
$$\eta = \frac{3\eta_1}{7 - 3\eta_1} = 0,522$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильное использование законов Ома и Джоуля-Ленца – 1 балл
 2. Правильно найдены сопротивления резисторов через КПД первой и второй цепи – 1 балл
 3. Правильно найдено сопротивление цепи в случае параллельно соединенных резисторов – 1 балл
 4. Правильное уравнение для КПД третьей цепи – 1 балл
 5. Правильный ответ (формула и число) – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.**

2. Поскольку центр масс системы шариков движется вертикально вниз (нет горизонтальных внешних сил, действующих на тела системы), скорость нижнего шарика в момент падения стержня на землю будет равна нулю. Следовательно, нижний шарик в процессе падения стержня на землю будет сначала разгоняться, а потом тормозить. И, следовательно, в какой-то момент времени его скорость будет максимальной.

Найти тот момент, когда скорость нижнего шарика будет максимальна, можно через силу натяжения стержня. В начале движения шариков стержень будет сжат и будет действовать на нижний шарик с силой, направленной вниз, разгоняя его (см. левый рисунок). Ближе к концу



движения из-за увеличения скорости верхнего шарика сила натяжения стержня сменит свое направление, и будет уже тормозить нижний шарик (см. правый рисунок). Значит, скорость нижнего шарика будет максимальна в тот момент времени, когда сила натяжения стержня будет равна нулю. Но в тот момент времени, когда сила натяжения стержня равна нулю, на верхний шарик действует только сила тяжести. Следовательно, ускорение верхнего шарика в этот момент равно $\vec{g}$. А поскольку центр стержня совпадает с центром масс системы шариков, его ускорение можно найти как ускорение центра масс

$$\vec{a}_c = \frac{m\vec{a}_1 + m\vec{a}_2}{2m}$$

где a_1 и a_2 - ускорения шариков. А поскольку ускорение нижнего шарика в рассматриваемый момент равно нулю, верхнего $\vec{g}$, из этой формулы находим ускорение середины стержня

$$\vec{a} = \vec{a}_c = \frac{1}{2} \vec{g}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная идея решения: когда скорость нижнего шарика максимальна, его ускорение равно нулю, и, следовательно, сила натяжения стержня в этот момент равна нулю – 2 балла
2. Правильный вывод, что ускорение верхнего шарика равно ускорению свободного падения – 1 балл
3. Использована формула для ускорения центра масс – 1 балл
4. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

3. Поскольку поршни находятся в равновесии, то давления в каждом отсеке сосуда одинаковы. А поскольку одинаковыми являются и объемы, отсеков, то закон Клапейрона-Менделеева для газов в отсеках дает

$$pV = \nu_1 RT, \quad pV = \nu_2 R2T, \quad pV = \nu_3 R3T$$

где p - давление газа в сосуде (одинаковое во всех отсеках), V - объем каждого отсека, ν_1 , ν_2 и ν_3 - количества вещества газа в первом, втором и третьем отсеках (где температура равнялась T , $2T$ и $3T$ соответственно). Из этих соотношений находим

$$\nu_1 : \nu_2 : \nu_3 = 6 : 3 : 2$$

А поскольку $\nu_1 + \nu_2 + \nu_3 = \nu$, то

$$\nu_1 = \frac{6}{11} \nu, \quad \nu_2 = \frac{3}{11} \nu, \quad \nu_3 = \frac{2}{11} \nu,$$

Поскольку потерь энергии в окружающее пространство нет, и газы не совершают работы над внешними телами, суммарная внутренняя энергия газов при теплообмене не изменится. Поэтому результирующая температура в сосуде T_0 может быть следующим образом найдена из закона сохранения энергии

$$\frac{3}{2} \nu_1 RT + \frac{3}{2} \nu_2 R 2T + \frac{3}{2} \nu_3 R 3T = \frac{9}{2} pV = \frac{3}{2} \nu RT_0$$

Отсюда

$$T_0 = \frac{18}{11} T$$

Кроме того, из закона сохранения энергии можно доказать, что давление в сосуде не менялось в течение всего процесса. Действительно, поскольку в течение всего процесса поршни находятся в равновесии, то давления газа в отсеках одинаковы, и энергия газов в сосуде в любой момент времени может быть записана в виде

$$U = \frac{3}{2} \nu_1 RT_1 + \frac{3}{2} \nu_2 RT_2 + \frac{3}{2} \nu_3 RT_3 = \frac{3}{2} p_1 V_1 + \frac{3}{2} p_1 V_2 + \frac{3}{2} p_1 V_3 = \frac{9}{2} p_1 V$$

А поскольку энергия не уходила из системы, заключаем, что $p_1 = p$, т.е. давление не менялось в течение всего процесса, и все процессы с газами были изобарическими.

Теперь легко найти количества теплоты, прошедшие через поршни 2 и 3. Газ, находившийся в первом отсеке (и имевший температуру T , получает тепло только через поршень 2 и нагревается в изобарическом процессе до температуры $18T/11$. Но количество теплоты, полученное одноатомным идеальным газом в изобарическом процессе составляет $5/3$ от изменения его внутренней энергии. Поэтому количество теплоты, прошедшее через поршень 2 в направлении того отсека, температура которого в начале процесса была T , есть

$$Q_2 = \frac{5}{3} \Delta U_1 = \frac{5}{3} \frac{3}{2} \frac{6}{11} \nu R \left(\frac{18}{11} T - T \right) = \frac{15 \cdot 7}{11^2} \nu RT = \frac{105}{121} \nu RT = 0,87 \nu RT$$

Количество теплоты, прошедшее через поршень 3 в направлении того отсека, температура которого в начале процесса была $2T$, есть

$$Q_3 = -\frac{5}{3} \Delta U_3 = -\frac{5}{3} \frac{3}{2} \frac{2}{11} \nu R \left(\frac{18}{11} T - 3T \right) = \frac{5 \cdot 15}{11^2} \nu RT = \frac{75}{121} \nu RT = 0,62 \nu RT$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

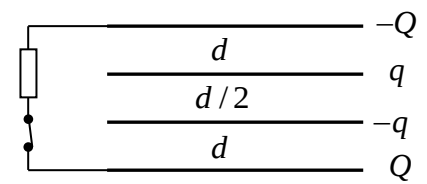
1. Правильно найдены количества вещества газа в отсеках – 1 балл
 2. Правильно найдена конечная температура в сосуде – 1 балл
 3. Доказано, что с газами в отсеках происходят изобарические процессы – 1 балл
 4. Использовано правильное утверждение, что количество теплоты, полученное газом в изобарическом процессе, составляет пять третьих изменения внутренней энергии – 1 балл
 5. Правильные ответы для количеств теплоты, прошедших через поршни 2 и 3 – 1 балл
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

4. Очевидно, что в процессе установления равновесия крайние пластинки приобретут некоторые электрические заряды (равные по величине и противоположные по знаку). Действительно, если бы

это было не так, то между крайними пластинками существовала бы разность потенциалов, поскольку в процессе переноса заряда с одной на другую электрическое поле совершало бы работу. А она должна быть равна нулю, поскольку крайние пластинки соединены проводником. Заряды этих пластин найдем из условия равенства нулю разности потенциалов между ними.

Пусть крайние пластины приобрели заряды $-Q$ и Q (см. рисунок). Тогда напряженность электрического поля между средними пластинками будет равна

$$E_1 = \frac{q - Q}{S\epsilon_0}$$



(S - площадь пластин, ϵ_0 - электрическая постоянная), а между крайними и средними –

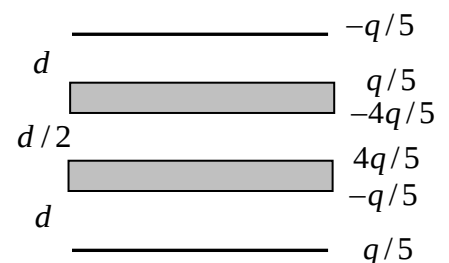
$$E_2 = \frac{Q}{S\epsilon_0}$$

причем векторы $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ должны быть направленными противоположно. Работа, которую совершит электрическое поле при переносе пробного заряда δq между крайними пластинами, должна быть равна нулю. Отсюда получаем

$$\delta q E_1 \frac{d}{2} = \delta q E_2 2d \Rightarrow Q = \frac{q}{5}$$

Это значит, что по проводнику, соединяющему крайние пластинки в направлении верхней пластинки протечет электрический заряд $-q/5$.

Чтобы найти количество теплоты, выделившееся на резисторе, заметим, что после установления равновесия нашу цепь можно представить как три последовательно соединенных конденсатора с зарядами $q/5$, $4q/5$ и $q/5$. Чтобы в этом убедиться, достаточно считать средние пластинки имеющими некоторую толщину. Тогда их верхние и нижние поверхности приобретут указанные заряды, так чтобы поле внутри самих пластинок равнялось бы нулю (см. рисунок). Причем емкости этих конденсаторов будут равны



$$C_с = \frac{S\epsilon_0}{d}, C_{cp} = \frac{2S\epsilon_0}{d} \text{ и } C_н = \frac{S\epsilon_0}{d}$$

Поэтому энергия цепи после установления равновесия будет равна

$$W_к = \frac{(q/5)^2}{2C_с} + \frac{(4q/5)^2}{2C_{cp}} + \frac{(q/5)^2}{2C_н} = \frac{q^2 d}{5S\epsilon_0}$$

Начальная энергия цепи (до замыкания ключа) есть

$$W_н = \frac{q^2}{2C_{cp}} = \frac{q^2 d}{4S\epsilon_0}$$

Очевидно, вся избыточная энергия должна перейти в тепло Q , причем поскольку в цепи есть только один элемент, имеющий сопротивление, вся избыточная энергия выделится на резисторе

$$Q = W_{\text{н}} - W_{\text{к}} = \frac{1}{20} \frac{q^2 d}{S \varepsilon_0}$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

- 1. Правильные уравнения для зарядов крайних пластин – 1 балл**
 - 2. Правильно найдены заряды крайних пластин – 1 балл**
 - 3. Правильный ответ для заряда, прошедшего через проводник в процессе установления равновесия (со знаком) – 1 балл**
 - 4. Правильно найдены начальная и конечная энергии цепи – 1 балл**
 - 5. Правильный ответ для количества теплоты, которое выделилось на резисторе – 1 балл**
- Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.**

5. Если бы суммы внешних сил, действующих на пластинку, и их моментов равнялись бы нулю, то центр пластинки (совпадающий с ее центром масс) двигался бы с постоянной скоростью, а пластинка вращалась бы с постоянной угловой скоростью. В этом случае система отсчета, связанная с центром пластинки, являлась бы инерциальной, и ускорения всех точек пластины в нашей («лабораторной») системе отсчета были бы такие же, как и в системе отсчета, связанной с центром. Но в системе отсчета центра масс пластинка вращается вокруг центра, ускорения ее вершин являются центростремительными и одинаковыми по величине, поскольку вершины находятся на одинаковых расстояниях от центра.

А для данного в условии квадрата они разные. Следовательно, на пластинку действуют внешние силы, сумма которых и (или) сумма их моментов не равны нулю.

Пусть сумма внешних сил, действующих на пластинку, не равна нулю, а сумма их моментов равна нулю. Тогда центр масс пластинки движется с ускорением, а сама пластинка вращается вокруг центра масс с постоянной угловой скоростью. Поскольку для скоростей всех точек пластинки в любой момент времени справедливо соотношение

$$\vec{v}_1 = \vec{v}_{1c} + \vec{V}_c,$$

($\vec{v}_1$ - скорость некоторой точки пластинки в лабораторной системе, $\vec{v}_{1c}$ - скорость этой же точки в системе отсчета, связанной с центром масс, $\vec{V}_c$ - скорость центра масс) то такое же соотношение будет справедливо и для ускорений:

$$\vec{a}_1 = \vec{a}_{1c} + \vec{a}_c \quad (3)$$

где $\vec{a}_1$ - ускорение некоторой точки пластинки в лабораторной системе, $\vec{a}_{1c}$ - ускорение этой же точки в системе отсчета, связанной с центром масс, $\vec{a}_c$ - ускорение центра масс. Но поскольку в системе отсчета, связанной с центром масс пластинка вращается с постоянной угловой скоростью вокруг центра масс, ускорения всех вершин – центростремительные. А поскольку все вершины квадрата находятся на равных расстояниях от его центра, ускорения вершин в системе отсчета, связанной с его центром одинаковы по величине и направлены к центру квадрата. Это значит, что ускорение каждой вершины можно представить как сумму некоторого вектора, одинакового для всех

вершин, и векторов, которые для каждой вершины одинаковы по величине и направлены к центру квадрата.

Пусть и сумма внешних сил, действующих на пластинку, и сумма их моментов не равны нулю. Тогда в системе отсчета, связанной с центром пластинки, пластинка будет вращаться с ускорением (т.е. угловая скорость вращения пластинки будет увеличиваться или уменьшаться). Поэтому ускорения вершин будут иметь и нормальную, и тангенциальную составляющие, причем из-за одинаковых расстояний от центра квадрата до всех четырех вершин и нормальные, и тангенциальные составляющие ускорений вершин одинаковы по величине и направлены – к центру квадрата (нормальная компонента ускорения), и параллельно скорости каждой вершины (тангенциальная компонента ускорения). А поскольку все эти направления перпендикулярны друг другу, то ускорение каждой вершины можно представить как сумму некоторого вектора, одинакового для каждой вершины (ускорения центра квадрата), и векторов, которые для каждой вершины одинаковы по величине и перпендикулярны друг другу.

Проведенные рассуждения показывают, что во всех ситуациях, когда на пластинку действуют внешние силы, ускорение вершин пластинки можно представить как сумму некоторого вектора, одинакового для каждой вершины (ускорения центра квадрата), и векторов, которые для каждой вершины одинаковы по величине и перпендикулярны друг другу. Используем это обстоятельство для нахождения ускорений вершин.

Так как ускорения вершин А и С одинаковы по величине, а векторы их ускорений в системе отсчета, связанной с центром квадрата, направлены противоположно друг другу, то сложение ускорений (3) для этих вершин может быть только таким как это показано на рисунке 1. Т.е. векторы ускорения центра квадрата $\vec{a}_c$ и векторы ускорений этих вершин относительно центра квадрата $\vec{a}_{Ac}$ и $\vec{a}_{Cc}$

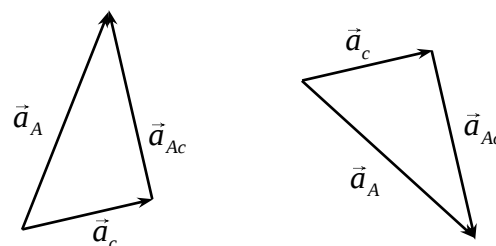


Рис. 1

должны быть перпендикулярны друг другу. А поскольку вектор ускорения вершины В в системе отсчета, связанной с центром квадрата $\vec{a}_{Bc}$ перпендикулярен векторам $\vec{a}_{Ac}$ и $\vec{a}_{Cc}$, то он может быть либо параллельным, либо антипараллельным вектору $\vec{a}_c$. При этом, поскольку $a_B > a_A, a_C$, то векторы $\vec{a}_c$ и $\vec{a}_{Bc}$ параллельны друг другу. Т.е. сложение ускорений для вершины В может быть только таким, как это показано на рисунке 2.

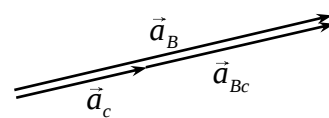


Рис. 2

Таким образом, для модулей векторов ускорения центра квадрата и каждой вершины квадрата в системе центра справедливы следующие соотношения. Либо

$$a = \sqrt{a_c^2 + a_{\text{верш},c}^2},$$

$$\frac{5}{4}a = a_c + a_{\text{верш},c}, \quad (4)$$

и тогда ускорение вершины D равно

$$a_D = |a_c - a_{\text{верш},c}|,$$

(тут следует поставить модуль, поскольку возможны разные соотношения величин ускорения центра и вершин, которые заранее нам неизвестны). Здесь a_c - величина ускорения центра квадрата, $a_{\text{верш},c}$ - величина ускорения каждой вершины относительно центра.

Выражая из второго из уравнений (4) величину a_c и подставляя ее в первое уравнение, получим квадратное уравнение относительно $a_{\text{верш},c}$

$$2a_{\text{верш},c}^2 - \frac{5}{2}a_{\text{верш},c}a + \frac{9}{16}a^2 = 0$$

Решая это квадратное уравнение, найдем два набора корней системы (4):

$$\text{первый набор: } a_{\text{верш},c}^{(1)} = \frac{(5 + \sqrt{7})a}{8}, \quad a_c^{(1)} = \frac{(5 - \sqrt{7})a}{8}$$

$$\text{второй набор: } a_{\text{верш},c}^{(2)} = \frac{(5 - \sqrt{7})a}{8}, \quad a_c^{(2)} = \frac{(5 + \sqrt{7})a}{8}$$

Ускорение вершины D получается одинаковым и для первого, и для второго набора корней системы (4)

$$a_D = \frac{\sqrt{7}}{4}a$$

Критерии оценки решения задачи (максимальная оценка за решение – 5 баллов)

1. Правильная основная идея решения – связать ускорения вершин в системе отсчета, связанной с землей и в системе центра масс – 1 балл
2. Правильный вывод (с обоснованием), что ускорения вершин квадрата в системе центра масс перпендикулярны друг другу и равны по величине - 1 балл
3. Правильный вывод (с обоснованием), что ускорения вершин A и C в системе центра масс перпендикулярны вектору ускорения центра масс - 1 балл
4. Правильное сложение ускорений для вершины B – 1 балл
5. Правильный ответ – 1 балл

Оценка за решение задачи равна сумме оценок за перечисленные пункты.

Оценка работы

Оценка работы складывается из оценки задач. Максимальная оценка – 25 баллов. Допустимыми являются все целые оценки от 0 до 25.