

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2022-2023 гг
Заключительный этап **9 класс**

Время написания работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Конечное множество различных действительных чисел X назовём *хорошим*, если каждое число из X можно представить в виде суммы двух других различных чисел из X . Какое минимальное количество чисел может содержать хорошее множество X ?

9.2. Два простых числа называются *последовательными*, если не существует простого числа, которое больше одного из них, и меньшего другого. Докажите, что сумму любых двух последовательных простых нечётных чисел всегда можно представить в виде произведения трёх натуральных сомножителей, каждый из которых больше единицы.

9.3. Два равносторонних треугольника ABC и CDE расположены на плоскости так, что их единственной общей точкой является вершина C . Пусть точки F , G и H являются серединами отрезков BC , CD и AE соответственно. Докажите, что треугольник FGH тоже является равносторонним. Длины сторон треугольников ABC и CDE различны.

9.4. В какое максимальное число цветов можно окрасить все клетки квадрата 4 на 4 так, чтобы любой квадрат размера 2 на 2 клетки обязательно содержал хотя бы две клетки одинакового цвета?

9.5. В компании некоторые её члены знакомы друг с другом, а некоторые – нет. При этом, если X знаком с Y , то и Y знаком с X . Доказать, что в компании всегда найдутся два человека A и B , обладающих в этой компании одинаковым количеством знакомых, и таких, что найдётся либо человек G , знакомый одновременно с A и B , либо человек D , не знакомый одновременно с A и B .

Всесибирская открытая олимпиада школьников по математике 2022-2023 гг
Заключительный этап **9 класс**

Время написания работы 4 астрономических часа

Каждая задача оценивается в 7 баллов

9.1. Конечное множество различных действительных чисел X назовём *хорошим*, если каждое число из X можно представить в виде суммы двух других различных чисел из X . Какое минимальное количество чисел может содержать хорошее множество X ?

9.2. Два простых числа называются *последовательными*, если не существует простого числа, которое больше одного из них, и меньшего другого. Докажите, что сумму любых двух последовательных простых нечётных чисел всегда можно представить в виде произведения трёх натуральных сомножителей, каждый из которых больше единицы.

9.3. Два равносторонних треугольника ABC и CDE расположены на плоскости так, что их единственной общей точкой является вершина C . Пусть точки F , G и H являются серединами отрезков BC , CD и AE соответственно. Докажите, что треугольник FGH тоже является равносторонним. Длины сторон треугольников ABC и CDE различны.

9.4. В какое максимальное число цветов можно окрасить все клетки квадрата 4 на 4 так, чтобы любой квадрат размера 2 на 2 клетки обязательно содержал хотя бы две клетки одинакового цвета?

9.5. В компании некоторые её члены знакомы друг с другом, а некоторые – нет. При этом, если X знаком с Y , то и Y знаком с X . Доказать, что в компании всегда найдутся два человека A и B , обладающих в этой компании одинаковым количеством знакомых, и таких, что найдётся либо человек G , знакомый одновременно с A и B , либо человек D , не знакомый одновременно с A и B .